

```

%=====
% Derivatif Radial Anomali Gravitasi untuk Identifikasi Batas Lapisan
% By: Muhammad Zuhdi & Syahrial Ayub
% Program Studi Pendidikan Fisika
% Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
% Universitas Mataram
%=====
clear;
clc;

%-----
%input
load('Anomali');
X=Anomali;
%X(:,1)=[];
n=size(X,1); % n is number of data in raw (i)
m=size(X,2); % m is number of data in column(j)

%-----
%Derivatif of X
for i =1:n;
for j = 1:(m-1)/2;
    dX(i, (m-1)/2+j)= X(i, (m-1)/2+j+1)-X(i, (m-1)/2+j);
    dX(i, j)=X(i, j)-X(i, j+1);
end
end
dX((n-1)/2+1, :)=[];

%-----
%Derivatif of Y
for j = 1:m;
for i = 1:(n-1)/2;
    dY((n-1)/2+i, j)= X((n-1)/2+i+1, j)-X((n-1)/2+i, j);
    dY(i, j)=X(i, j)-X(i+1, j);
end
end
dY(:, (m-1)/2+1)=[];

%-----
%siezing area
p=-(m-1)/2:(m-1)/2;
q=-(n-1)/2:(n-1)/2;
[P,Q]=meshgrid(p,q);

%-----
%resiezing area
P(:, (m-1)/2+1)=[];
P((n-1)/2+1, :)=[];
Q(:, (m-1)/2+1)=[];
Q((n-1)/2+1, :)=[];
for i=1:(m-1)/2;
Pr(:, (m-1)/2+i)=P(:, (m-1)/2+i)-0.5;
Pr(:, i)=P(:, i)+0.5;
end

```

```

for j=1:(n-1)/2;
Qr(j,:)=Q(j,)+0.5;
Qr((n-1)/2+j,:)=Q((n-1)/2+j,)-0.5;
end
R=sqrt(Pr.^2+Qr.^2);
cos=abs(Pr./R);
sin=abs(Qr./R);

%-----
%counting derivatif radial
Radi=dX.*cos+dY.*sin;
Rads=Radi./100;

%-----
%displaying derivatif radials
grid on;
surf(Rads);
shading interp;
colormap;
xlabel('X(m)');
ylabel('Y(m)');
zlabel('dgz/dr (microGals/meter)');
%zlabel('d2gz/dr2 (microGals/meter2)');
title('Derivatif radial of Gravity Anomali');
DerivatifRadial=Rads;

```

## Manual program

### Derivatif Radial Anomali Gravitasi untuk Identifikasi Batas Lapisan

#### *Langkah Pemaikaian Program*

1. Anomali gravitasi yang di Derivatif Radial dengan program ini dapat berupa anomaly gravitasi 3D atau anomaly gravitasi 4D (time lapse).
2. Anomali target adalah berupa lapisan horizontal.
3. Hasil yang didapatkan dari program ini adalah penampakan visual yang menggambarkan nilai derivative yang menunjukkan batas horizontal suatu tepi perlapisan.
4. Pusat anomaly diusahakan berada di tengah koordinat agar derivative visualisasi dapat menghasilkan tampilan yang baik.
5. Data yang akan diderivatif berupa matrik dalam bentuk grid dalam fommat MatLab
6. Data harus diberi nama Anomali dalam bentuk file matlab, sehingga file tersebut bernama Anomali.mat.
7. Hasil program dari derivative radial memiliki nama DerivatifRadial dalam ekstensi MatLab yaitu DerivatifRadial.mat.
8. Hasil Derivatif Radial dari program ini adalah Derivatif Radial Pertama (*First Radial Derivatives*)
9. Derivatif Radial kedua (Second Radial derivatives) didapatkan dengan melakukan kembali derivative radial pada hasil dengan cara mengubah nama file sebelum perlakuan.
10. Untuk memahami cara kerja program, disarankan untuk membaca teori tentang program
11. Contoh hasil derivatif dapat dilihat pada *Hasil Derivatif Radial Untuk identifikasi Fluida Injeksi*

#### *Teori Tentang Program*

Derivatif radial adalah turunan nilai anomali gravitasi terhadap jarak horizontal dengan arah radial dari suatu titik tertentu. Derivatif horizontal suatu anomali gravitasi adalah turunan nilai gravitasi dalam arah garis lurus tertentu. Jika garis lurus tersebut memotong secara tegak lurus

suatu batas kontras densitas maka nilai derivatifnya akan bernilai besar. Dalam banyak kasus diperlukan derivatif yang selalu tegak lurus atau sebisa mungkin mendekati tegak lurus dengan kontras densitas anomali. Untuk keperluan tersebut dibuatlah derivatif radial. Titik pusat derivatif radial dipilih berdasarkan pertimbangan tertentu sehingga titik tersebut dianggap atau dipertimbangkan sebagai pusat anomali yang akan diidentifikasi.

Gambar 1 menunjukkan koordinat kartesian, silinder dan bola serta elemen massa pada koordinat silinder dan bola.

Derivatif radial akan lebih mudah dilakukan dalam koordinat silinder vertical. Dari persamaan (4), nilai anomali gravitasi  $\Delta g_z(x, y, z)$  yang disebabkan oleh anomali densitas  $\Delta \rho(\alpha, \beta, \gamma)$  dituliskan sebagai :

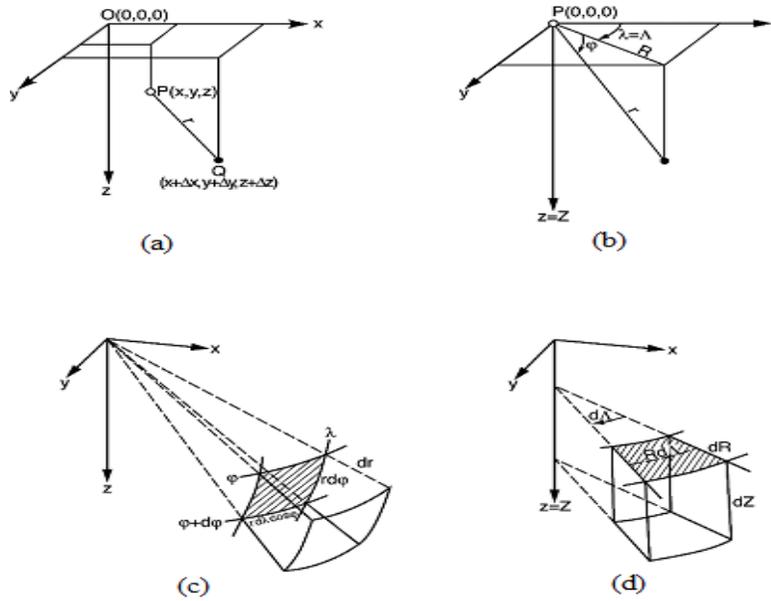
$$\Delta g_z(x, y, z) = -K \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta \rho(\alpha, \beta, \gamma)(z - \gamma)}{[(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2]^{3/2}} d\alpha d\beta d\gamma \quad (1)$$

dapat diubah ke dalam koordinat silinder vertical, sehingga  $\Delta g_z(x, y, z)$  menjadi  $\Delta g_z(R, z, \lambda)$  dan  $\Delta \rho(R', z', \lambda')$ , dengan hubungan:

$$x = R \cos \lambda$$

$$y = R \sin \lambda$$

$$z = z$$



**Gambar 1.**Koordinat dari elemen massa; (a) Koordinat Cartesian x, y, z dan hubungan volum koordinat bola. (d) Elemen volum pada koordinat silinder vertikal.  
sedangkan

$$\alpha = R \cos \lambda'$$

$$\beta = R \sin \lambda'$$

$$\gamma = z'$$

dengan elemen massa  $\Delta\rho \, dr \, dz \, rd\lambda$  sehingga nilai gravitasi kearah sumbu z dapat dituliskan sebagai:

$$\Delta g_z(R, z, \lambda) = -K \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta\rho(R', z', \lambda')(z - z')}{\left[ (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2 \right]^{3/2}} r dr dz d\lambda \quad (2)$$

*First Derivatif radial (FRD)* dari anomali gravitasi pada koordinat silinder vertical  $\Delta g_z(R, z, \lambda)$  secara sederhana dapat dituliskan menjadi :

$$FRD = \frac{\partial \Delta g_z(R, z, \lambda)}{\partial R}$$

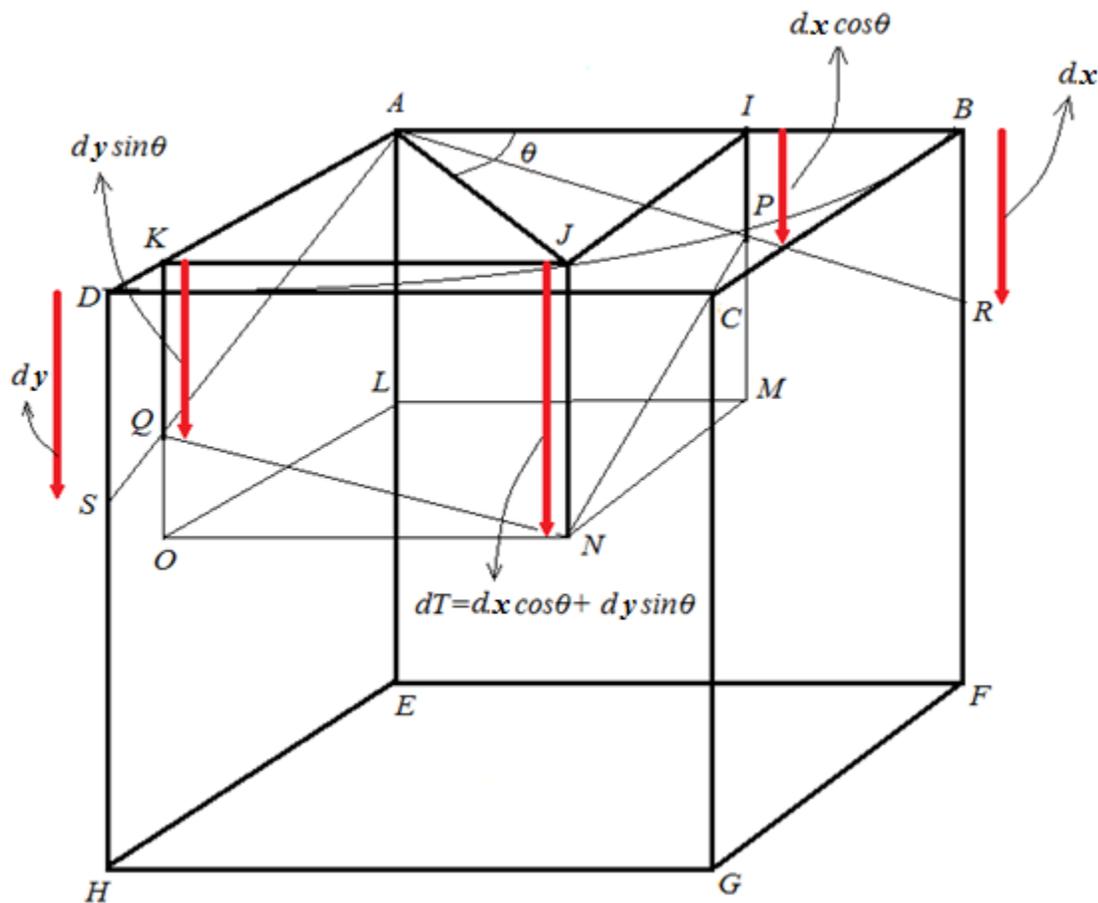
$$FRD = \frac{\partial}{\partial R} \left[ -K \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta\rho(R', z', \lambda')(z - z')}{[(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2]^{3/2}} r dr dz d\lambda \right] \quad (3)$$

Sedangkan *second derivatif radial (SRD)* secara sederhana dapat dituliskan sebagai:

$$SRD = \frac{\partial^2 \Delta g_z(R, z, \lambda)}{\partial R^2}$$

$$SRD = \frac{\partial^2}{\partial^2 R} \left[ -K \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta\rho(R', z', \lambda')(z - z')}{[(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2]^{3/2}} r dr dz d\lambda \right] \quad (4)$$

Persamaan FRD dan SRD dapat dijabarkan secara analitis jika geometri model dari sumber dapat diketahui dan berbentuk sederhana. Rumusan analitis ini berguna untuk mengetahui perilaku grafis dari anomali gravitasinya. Persamaan analitis ini juga dibutuhkan dalam pembuatan model inversi radial dari model tersebut.



### Gambar 2 Diagram bidang untuk Pendekatan Derivatif Radial

Derivatif Radial dapat didekati dengan mengurangkan tiap titik pengukuran kearah tertentu. Derivatif kearah sumbu  $X$  didapatkan dengan mengurangkan nilai gravitasi hasil pengukuran dititik  $X_2$  terhadap nilai gravitasi di titik  $X_1$  kemudian di bagi dengan jarak  $X_2$  terhadap  $X_1$ . Untuk mendapatkan nilai derivatif kearah sumbu  $Y$  didapatkan dengan mengurangkan nilai gravitasi hasil pengukuran dititik  $Y_2$  terhadap nilai gravitasi di titik  $Y_1$  kemudian dengan cara yang sama di bagi dengan jarak  $Y_2$  terhadap  $Y_1$ .

Dalam banyak kasus, dibutuhkan derivatif yang tidak semata pada arah sumbu  $x$  ataupun  $y$  tetapi pada arah tertentu, yang sering disebut dengan *directional derivatif*.

Gambar 2 menunjukkan diagram bidang yang digunakan untuk menghitung derivatif radial.  $ABCD$ ,  $EFGH$  adalah kubus dengan rusuk sepanjang  $AB$  yang juga sama dengan  $AJ$ . Titik  $A$ ,  $B$ ,  $C$  dan  $D$  adalah titik-titik pengukuran gravitasi.  $A$  ke  $B$  adalah garis kearah sumbu  $x$  sedangkan  $A$  ke  $D$  adalah kearah sumbu  $y$ .

Pada gambar 2 jika beda nilai gravitasi di titik  $B$  dengan  $A$  adalah  $dx$  yang panjang vektornya sebanding dengan  $BR$ , sedangkan beda nilai gravitasi titik  $A$  dengan  $D$  adalah  $dy$  yang panjang vektornya sepanjang  $DS$ , maka bidang  $APNQ$  adalah bidang dengan nilai gravitasi yang sama. Jika  $dT$  adalah nilai *directional derivative* maka:

$$dT = JN = IP + KQ; \quad (5)$$

dengan  $dT$  memiliki panjang vector sama dengan  $JN$  yang nilainya sama dengan jumlah  $IP$  dan  $KQ$ .

Panjang  $IP$  dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\frac{IP}{BR} = \frac{AI}{AB} = \frac{AB \cos \theta}{AB} = \cos \theta$$

dengan  $BR = dx$ , maka:

$$IP = dx \cos \theta$$

Dengan cara yang sama, panjang  $KQ$  adalah

$$\frac{KQ}{DS} = \frac{DA}{KA} = \frac{KA \sin \theta}{KA} = \sin \theta$$

dengan  $KQ = dy$ , maka:

$$KQ = dy \sin \theta$$

Dengan substitusi ke persamaan (5) maka didapatkan:

$$dT = dx \cos \theta + dy \sin \theta \quad (6)$$

Program derivatif radial dapat dilihat pada lampiran A1. Program tersebut dapat digunakan untuk data dengan grid teratur dengan diberi nama matriks X, dengan jumlah kolom dan baris bernilai ganjil.

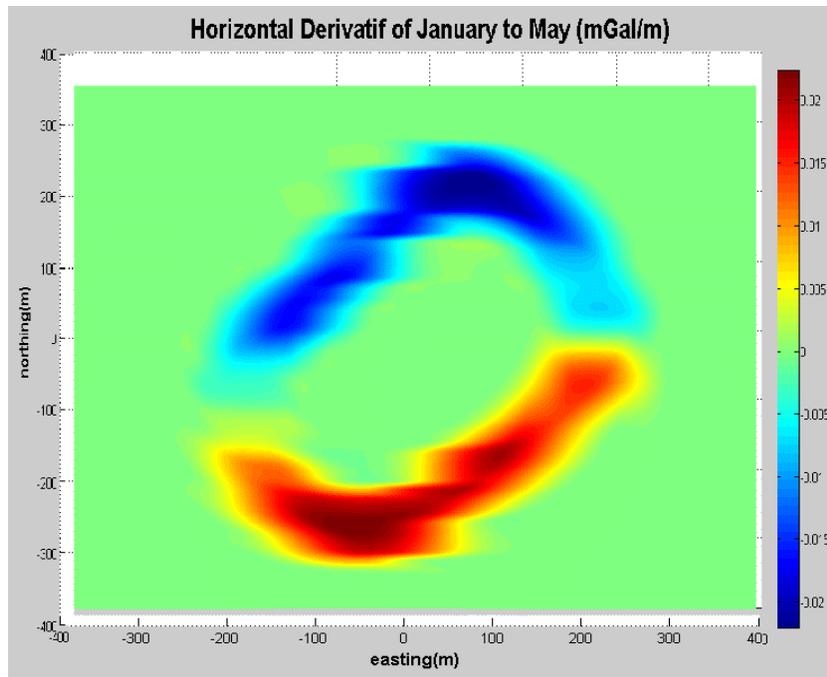
### ***Hasil Derivatif Radial Untuk Identifikasi Fluida Injeksi***

Anomali gravitasi 4D akibat injeksi Fluida dihilangkan efek dangkalnya terlebih dahulu kemudian diberi perlakuan dengan derivative radial. Perlakuan ini dimaksudkan untuk mencari batas-batas injeksi fluida dengan fluida pengisi pori sebelumnya. Pada batas-batas injeksi fluida terdapat kontras densitas antara fluida pengisi pori dengan fluida injeksi yang berakibat pada perubahan anomali gravitasi yang terukur di permukaan.

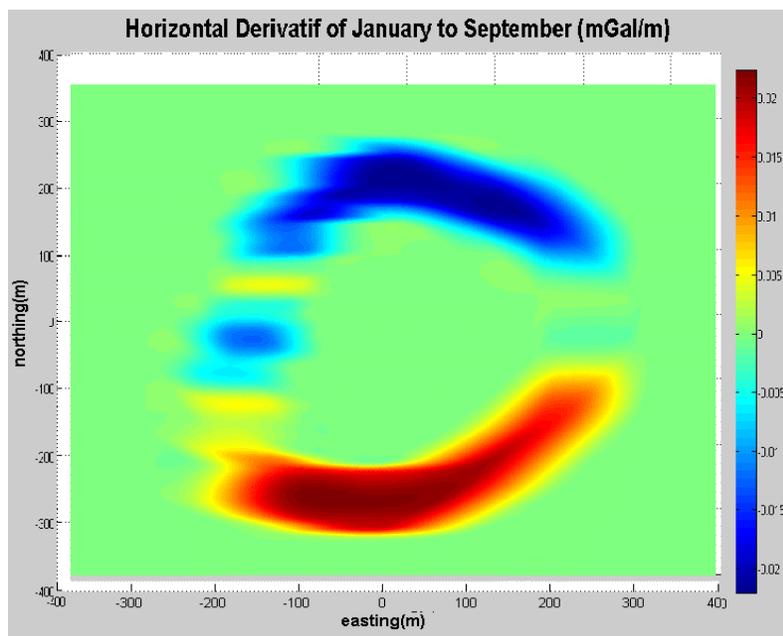
Derivatif radial dilakukan dengan sumbu pusat derivatif radial berada tepat pada lubang sumur injeksi sehingga front pergerakan fluida injeksi yang selalu menjauhi sumur injeksi dapat dipantau dengan baik.

Gambar 3 (a) menunjukkan derivatif horizontal periode Januari - Mei, sedangkan (b) derivatif horizontal periode Januari - September. Kelemahan hasil derivative horizontal biasa adalah adanya nilai positif dan negative dari turunan anomali, padahal kontras densitasnya memiliki nilai yang sama. Kelemahan lain dari derivative horizontal biasa adalah adanya garis yang menghilang apabila garis kontras densitas sejajar dengan arah derivatif. Gambar 4 (a) menunjukkan derivatif radial periode Januari - Mei, sedangkan gambar (b) menunjukkan derivatif radial periode Januari - September. Dengan membandingkan gambar 3 (a) dengan 4 (a), dan gambar 3 (b) dengan 4 (b), tampak bahwa radial derivative mampu meminimalkan kelemahan dari radial derivative.

Derivatif radial anomali 4D periode Januari hingga Mei ditunjukkan oleh gambar 4. Derivatif radial dari anomali tersebut ditunjukkan pada gambar bagian bawah. Puncak nilai derivatif radial dapat diinterpretasikan sebagai batas front pergerakan fluida injeksi yang arahnya menjauhi sumur injeksi.

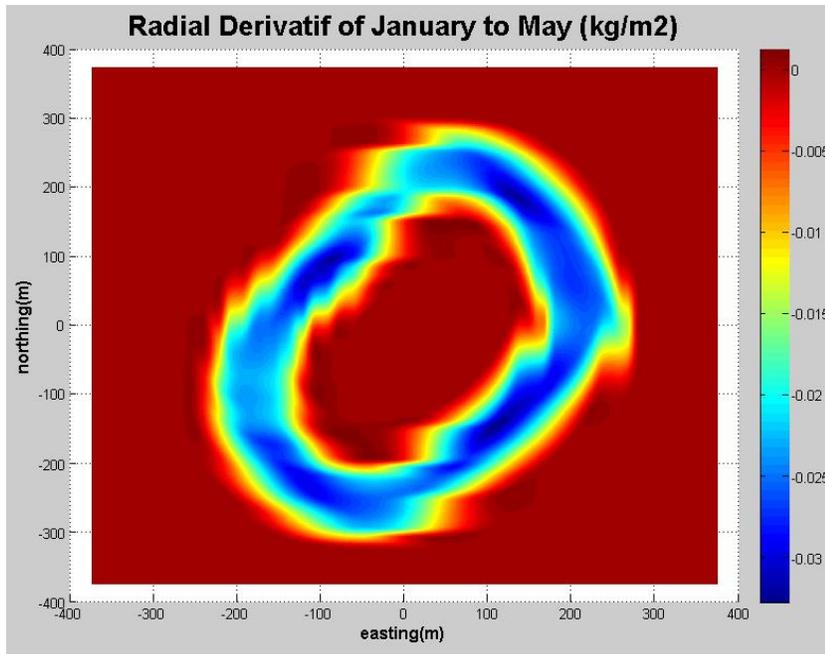


(a)

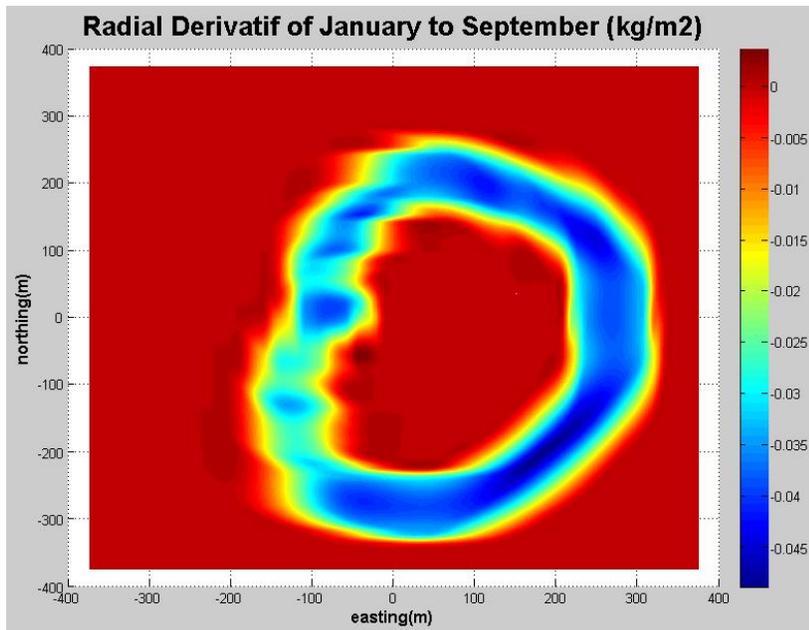


(b)

**Gambar 3 Derivative anomali gravitasi 4D akibat injeksi (a) Derivatif horizontal periode Januari - Mei, (b) Derivatif horizontal periode januari – September**



(a)



(b)

**Gambar 4 (a) Derivatif radial periode Januari - Mei, (b) Derivatif radial periode januari – September**

Gambar 4 (a) menunjukkan derivatif radial dari anomali gravitasi 4D akibat injeksi periode januari hingga Mei. Gambar ini merupakan hasil derivatif dari anomali gravitasi 4D. Garis garis

berwarna biru pada gambar tersebut dapat diinterpretasi sebagai batas kontak antara fluida injeksi dengan fluida pengisi pori sebelumnya.