

**IMPLEMENTASI TEOREMA *COLLAGE* UNTUK MENDESAIN SISTEM FUNGSI ITERASI (SFI):
STUDI AWAL MENDESAIN SFI MOTIF SONGKET LOMBOK**

Afifurrahman

Program Studi Tadris Matematika FITK
Institut Agama Islam Negeri Mataram
Email: afifmath@yahoo.co.id

Abstrak: Geometri fraktal merupakan cabang matematika yang memfokuskan kajiannya pada objek-objek fraktal. SFI yaitu teknik yang dapat digunakan untuk memodelkan objek fraktal. Tulisan ini memaparkan bagaimana mengaplikasikan teorema *Collage* untuk mendesain SFI suatu himpunan $K \subset \mathbb{R}^2$ yang memiliki sifat *self-similarity*. Mendesain SFI suatu himpunan $K \subset \mathbb{R}^2$ berarti mencari sejumlah berhingga pemetaan kontraktif berupa transformasi *affine*:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix}$$

dengan $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n \in \mathbb{R}$ sedemikian sehingga $K' = w_n(K)$ untuk $n=1,2,\dots,N$. Keenam parameter pada persamaan di atas disebut sebagai kode SFI. Penelitian ini bertujuan untuk merancang suatu algoritma berdasarkan ide dari teorema *Collage* dalam menentukan kode SFI yang akan digunakan untuk memvisualisasikan atraktor dari objek fraktal menggunakan bahasa pemrograman. Algoritma yang telah disusun selanjutnya diterapkan untuk memperoleh SFI motif songket Lombok dan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.84 & 0 \\ -0.02 & 0.8385 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.1715 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1538 \\ 0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.59 \\ -0.07 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1231 \\ -0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.39 \\ -0.03 \end{pmatrix} \right\} \text{ dengan}$$

faktor kontraktivitas $s = 0.70434$.

Kata Kunci: Teorema *Collage*; Sifat *Self-Similarity*; Transformasi *Affine*; Algoritma; SFI; Atraktor.

Abstract: *Fractal geometry is the branch of mathematics that focus its studies on fractals. Iterated Function Systems (IFS) acts as a technique to generate fractal models. This article presents how to implement the Collage Theorem to design IFS of $K \subset \mathbb{R}^2$ which hold self-similarity property. Designing IFS of $K \subset \mathbb{R}^2$ means that finding the finite contractive mapping i.e. affine transformation.*

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix}$$

where $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n \in \mathbb{R}$ such that $K' = w_n(K)$ for $n=1,2,\dots,N$. The six parameters on the equation above are called IFS codes. The aim of the study is constructing the algorithm based on the Collage theorem to determine the IFS codes which are used to visualize the attractor of the fractal objects through programming language. The Algorithm is implemented to obtain the IFS of Songket's texture of Lombok and the result is given below:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.84 & 0 \\ -0.02 & 0.8385 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.1715 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1538 \\ 0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.59 \\ -0.07 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1231 \\ -0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.39 \\ -0.03 \end{pmatrix} \right\} \text{ with } a$$

contractivity factor $s = 0.70434$.

Keywords: *Collage Theorem; Self-Similarity; Affine Transformation; Algorithm; IFS; Attractor.*

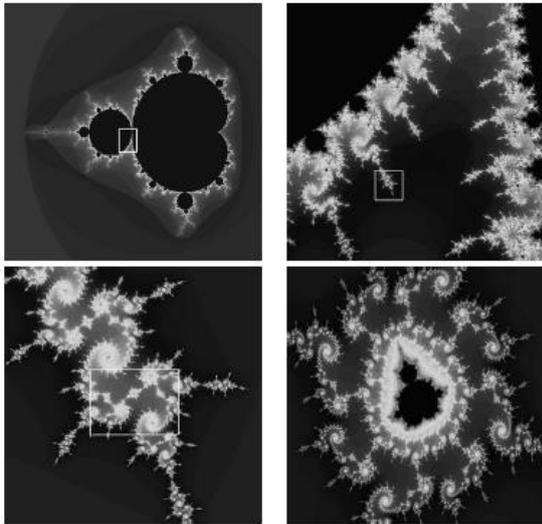
PENDAHULUAN

Suatu objek memiliki sifat *self-similarity* apabila bagian-bagiannya memiliki bentuk yang serupa dengan keseluruhan objek tersebut. Ankit Garg dkk menyatakan bahwa sifat *self-similarity* merupakan sifat utama pada objek-objek fraktal [1]. Himpunan Mandelbrot merupakan salah satu contoh terkenal pada bidang geometri fraktal yang memberikan ilustrasi terhadap sifat tersebut.

Istilah fraktal berasal dari bahasa latin *fractus* yang berarti pecah-pecah atau tidak beraturan dan istilah tersebut diberikan pertama kali oleh Benoit Mandelbrot [3]. Objek-objek

fraktal banyak ditemukan di alam, seperti pada dedaunan, awan, pegunungan, bentuk galaksi, garis pantai, struktur tata bahasa manusia [2], dan lain sebagainya. Selain himpunan mandelbrot pada Gambar 1 terdapat juga beberapa objek fraktal yang sangat populer dan menjadi kajian dalam bidang matematika hingga saat ini, antara lain: *the koch curve* ditemukan oleh Helge Von Koch [4] dan *sierpinski triangle* yang didesain oleh Waclaw Sierpinski [5]. Hampir seluruh objek fraktal tidak dapat dimodelkan menggunakan bentuk-bentuk geometri klasik, seperti: segitiga, segiempat, dan lingkaran. Oleh karena itu, dibutuhkan pendekatan

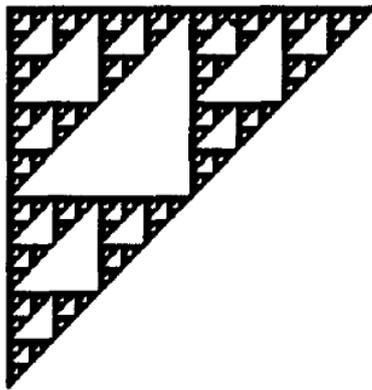
yang berbeda dalam merepresentasikan objek-objek tersebut.



Gambar 1. Himpunan Mandelbrot untuk berbagai skala [2]

Sistem Fungsi Iterasi (SFI) merupakan teknik yang dapat digunakan untuk mengkonstruksi model-model fraktal. Menurut Barnsley, SFI dipandang sebagai inti geometri fraktal [6]. Sebagai contoh, SFI *sierpinski triangle* pada Gambar 2 diberikan oleh himpunan pemetaan kontraktif:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix} \right\}.$$



Gambar 2. Atraktor *Sierpinski triangle* [7]

Secara matematis SFI didefinisikan sebagai himpunan hingga pemetaan kontraktif pada ruang metrik lengkap (X, d) . Notasinya yaitu:

$$\{w_1, w_2, \dots, w_N\},$$

dengan $w_n : X \rightarrow X$ untuk $n = 1, 2, \dots, N$. Andaikan diberikan suatu himpunan $K \subset \mathbb{R}^2$ yang akan didesain SFI-nya, berarti akan dicari

himpunan hingga pemetaan kontraktif pada ruang metrik lengkap (\mathbb{R}^2, d) berbentuk:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

sedemikian sehingga $K' = w_n(K)$ untuk $n = 1, 2, \dots, N$. Persamaan (1.1) disebut sebagai transformasi *Affine* dimensi-2 dengan a_n, b_n, c_n, d_n, e_n , dan f_n adalah kode-kode SFI.

Dalam beberapa literatur, peneliti belum menemukan suatu algoritma untuk mendesain SFI objek-objek fraktal. Pada penelitian ini, yang dimaksud dengan algoritma yaitu langkah-langkah logis dan sistematis untuk menentukan kode-kode SFI pada persamaan (1.1). Algoritma tersebut dipandang perlu karena pembaca dapat mengubah cara perhitungan manual kode-kode SFI ke sistem komputerisasi menggunakan bahasa pemrograman. Tentunya, kalkulasi secara digital akan mempermudah pembaca dalam mendesain SFI serta menghemat konsumsi waktu dibandingkan dengan perhitungan secara manual. Fokus penelitian ini yaitu menyusun algoritma untuk mendesain SFI mengacu pada teorema *Collage*. Barnsley mengemukakan bahwa teorema *Collage* dapat membantu pembaca dalam mendesain SFI [7].

Teorema *Collage* menyatakan jika jarak himpunan L dengan $W(L) = \bigcup_{n=1}^N w_n(L)$ tersebut

lebih kecil dari nilai $\epsilon \geq 0$ akan berakibat jarak L dengan atraktor A semakin kecil. Maksudnya yaitu ketika SFI ditemukan lalu pada L dikenakan pemetaan W , maka akan diperoleh objek yang mirip persis dengan objek sebenarnya setelah pemetaan W diiterasikan sebanyak n kali. Teorema tersebut memaparkan tentang bagaimana memperoleh SFI sedemikian sehingga atraktor A sama persis dengan objek sebenarnya. Kemiripan atraktor tidak berarti harus "sama dengan" objek yang didesain SFI-nya, sebab pada hipotesa diberikan syarat awal berupa nilai ϵ yang mengindikasikan adanya error antara atraktor dengan objek sebenarnya. Ini didasarkan pada fakta bahwa, aproksimasi akan selalu menghasilkan nilai sisaan (error).

Echols & Shadily mengartikan *Collage* sebagai susunan benda-benda dengan potongan kertas dan sebagainya yang ditempelkan pada bidang datar dan merupakan kesatuan karya seni [8]. Sesuai dengan arti istilah *Collage* tersebut, ide utama yang teorema tersebut yaitu menemukan sejumlah berhingga objek untuk menutupi himpunan $K \subset \mathbb{R}^2$. Objek-objek tersebut haruslah sebangun dan dapat berotasi, berefleksi, berkontraksi, dan bertranslasi [9]. Objek yang digunakan pada penelitian ini yaitu poligon karena dapat mempermudah peneliti dalam mengkonstruksi algoritma yang diinginkan.

Penelitian ini terinspirasi oleh studi yang dilakukan oleh Simon D. Levy [2]. Ia menerapkan teorema *Collage* untuk memodelkan struktur kalimat dan tata bahasa manusia berdasarkan asumsi bahwa struktur dan tata bahasa tersebut mengikuti pola fraktal. Atas dasar itu, tulisan ini berupaya memaparkan bagaimana mendesain SFI objek-objek fraktal di \mathbb{R}^2 yang akan diimplementasikan pada motif songket Lombok dengan bantuan teorema *Collage*.

METODE PENELITIAN

Ditinjau dari tujuannya maka penelitian ini dapat dikategorikan sebagai penelitian terapan (*applied research*). Menurut Sugiyono [10] penelitian terapan adalah penelitian yang bertujuan untuk menerapkan atau menguji suatu teori dalam memecahkan masalah-masalah praktis. Berikut ini dijelaskan tahap-tahap yang ditempuh dalam penelitian ini.

1. Studi Pustaka dan Diskusi

Pada tahap ini, dilakukan studi serta telaah kepustakaan melalui buku-buku referensi, jurnal ilmiah dan internet tentang SFI, teorema *Collage* serta terminologi-terminologi dasar dari definisi-definisi maupun teorema-teorema terkait yang dapat membantu peneliti untuk memahami masalah serta tujuan yang ingin dicapai. Selain itu, dilakukan pula diskusi bersama dosen ahli tentang masalah yang akan diselesaikan.

2. Merancang Algoritma

Dari hasil telaah pustaka dan diskusi tersebut, dirancang suatu algoritma untuk mendesain SFI mengacu pada teorema *Collage*. Algoritma yang dihasilkan berupa urutan langkah-langkah logis dan sistematis untuk menentukan kode SFI pada persamaan transformasi *affine* (persamaan 1.1).

3. Menguji Algoritma

Pada tahap ini, algoritma yang diperoleh pada tahap 2 diuji untuk mendesain SFI objek penelitian berupa: bagian dari motif songket Lombok. Dari hasil pendesainan SFI tersebut, akan diperoleh kode SFI yang akan menjadi nilai input untuk proses visualisasi atraktor motif songket Lombok pada tahap 4.

4. Visualisasi Atraktor

Menggunakan algoritma iterasi random dengan implementasi bahasa pemrograman Delphi 7.0, atraktor dari objek penelitian: motif songket Lombok akan dikodekan dan divisualisasikan.

5. Pengecekan Kondisi Atraktor

Dari hasil pengkodean dan visualisasi pada tahap 4 akan ditarik kesimpulan apakah atraktor tersebut sudah baik atau belum. Baik atau belumnya atraktor yang dihasilkan tergantung ukuran kemiripan antara atraktor dengan objek sebenarnya. Ukuran kemiripan dihitung

menggunakan metrik Hausdorff yang ditentukan oleh persamaan [7]:

$$h(A, B) = \text{Max} \left\{ \text{Min} \left\{ d \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in A, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \in B \right\} \right\} \quad (1.2)$$

dengan

$$d \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \right) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$$

untuk $A, B \in \mathcal{H}(\mathbb{R}^2)$.

Jika $h(A, B)$ konvergen ke nol, maka atraktor tersebut bisa dikatakan semakin baik dan penelitian berakhir dengan output berupa SFI motif songket Lombok. Sebaliknya, jika belum memenuhi, maka penelitian akan diulangi kembali dari tahap 3. Untuk lebih jelasnya, diagram alir dari tahap-tahap penelitian ini dapat dilihat pada Lampiran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Algoritma untuk Mendesain SFI

Berikut ini adalah algoritma yang dirancang untuk menentukan kode SFI suatu objek fraktal di \mathbb{R}^2 mengacu pada ide teorema *Collage*.

1. Pilih sebarang poligon $L_0 \in \mathcal{H}(\mathbb{R}^2)$.
2. Inisialisasi nilai $n = 1$.
3. Definisikan poligon $L_n \in \mathcal{H}(\mathbb{R}^2)$ yang sebangun dengan L_0 tetapi luasnya tidak lebih besar dari luas L_0 .
4. Ambil i -titik verteks L_0 , yaitu : $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i)$. Ambil juga i -titik verteks L_n , yaitu : $(x_1', y_1'), (x_2', y_2'), \dots, (x_i', y_i')$ untuk $i \geq 3$ dengan $i \in \mathbb{N}$.
5. Substitusi titik-titik verteks yang dipilih pada langkah no.4 ke persamaan (1.3) dan (1.4).

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_i & y_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_i' \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_i & y_i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_i' \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

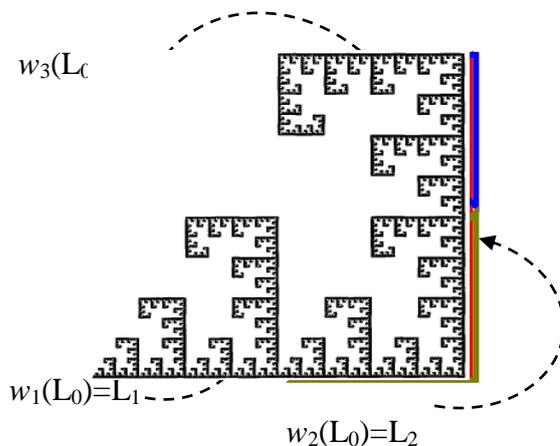
Selesaikan kedua persamaan tersebut untuk memperoleh nilai a, b, c, d, e dan f

6. Tulis nilai $a_n = a, b_n = b, c_n = c, d_n = d, e_n = e$ dan $f_n = f$.

7. Ulangi kembali mulai langkah 3 untuk $n = n + 1$ sampai $n=K$.

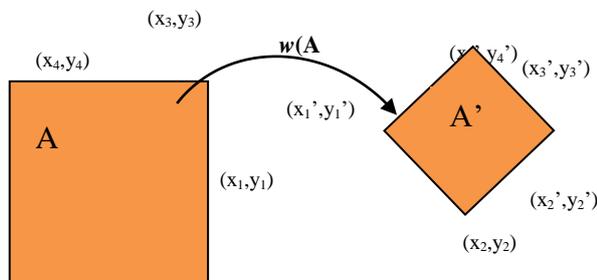
Keterangan: K yaitu jumlah poligon L yang diperlukan untuk menutupi objek fraktal.

Sebagaimana yang telah disebutkan pada bagian pendahuluan bahwa untuk mendesain SFI suatu objek fraktal dapat dilakukan dengan cara menutupi objek tersebut dengan sejumlah himpunan sebangun yang dapat dirotasikan, direfleksikan, dikonstraksikan dan ditranslasikan. Gambar 3 mengilustrasikan bagaimana ide dari teorema *Collage* bekerja dalam mendesain SFI. Objek fraktal pada Gambar 3 ditutupi oleh segitiga L_0 (berwarna merah) dan tiga segitiga yang sebangun (L_1, L_2 , dan L_3) dengan L_0 .



Gambar 3. Proses Pendesainan SFI

Himpunan yang digunakan untuk menutupi objek fraktal pada penelitian ini yaitu poligon, seperti: segitiga atau segiempat. Pemilihan poligon tersebut dilakukan karena daerah hasil (*range*) dari transformasi *affine* yang dikenakan pada poligon lebih jelas terlihat visualisasinya pada bidang Cartesius dibandingkan himpunan lainnya, seperti: titik, garis atau lingkaran. Selain itu, poligon dipilih karena dapat memudahkan peneliti untuk merancang Algoritma. Lebih jelasnya, pembaca dapat memperhatikan Gambar 4.



Gambar 4. Transformasi *affine* w pada Poligon

Setiap titik pada poligon A dipetakan oleh w sedemikian sehingga $w(A) = A'$. Titik-titik verteks A dipetakan oleh w ke titik-titik verteks A' yang bersesuaian sedemikian sehingga,

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} ax_1 + by_1 + e &= x_1' \\ cx_1 + dy_1 + f &= y_1' \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{pmatrix} x_2' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} ax_2 + by_2 + e &= x_2' \\ cx_2 + dy_2 + f &= y_2' \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{pmatrix} x_3' \\ y_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} ax_3 + by_3 + e &= x_3' \\ cx_3 + dy_3 + f &= y_3' \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{pmatrix} x_4' \\ y_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{aligned} ax_4 + by_4 + e &= x_4' \\ cx_4 + dy_4 + f &= y_4' \end{aligned} \quad (1.8)$$

Persamaan-persamaan linear (1.5), (1.6), (1.7) dan (1.8) dapat ditulis kembali dalam bentuk persamaan matriks $Ax = b$ yang diberikan oleh persamaan (1.9) dan (1.10). Jika poligon yang dipilih mempunyai i -titik verteks maka persamaan (1.9) dan (1.10) masing-masing dapat diperumum menjadi persamaan (1.3) dan (1.4).

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \\ y_4' \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

2. SFI Objek Fraktal pada Gambar 3

SFI objek fraktal pada Gambar 3 akan didesain menggunakan Algoritma yang telah disusun. Dipilih titik verteks $L_0: (0,0),(1,0),(1,1)$; titik verteks $L_1: (0,0),(0,5,0), (0,5,0,5)$; titik verteks $L_2: (0,5,0),(1,0),(1,0,5)$; titik verteks $L_3: (1,0,5),(1,1),(0,5,1)$. Penentuan titik-titik verteks pada penelitian ini menggunakan bantuan *milimeter*

block. Selanjutnya, titik-titik verteks diinput ke SFI pada Tabel 1. pada persamaan (1.2) dan (1.3), sehingga diperoleh kode

Tabel 1. Kode SFI

n	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n
1	0.5	0	0	0.5	0	0
2	0.5	0	0	0.5	0.5	0
3	0	-0.5	0.5	0	1	0.5

Berdasarkan kode SFI yang disajikan pada Tabel 1, SFI objek fraktal Gambar 3 diberikan oleh himpunan hingga pemetaan kontraktif:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \right\}$$

dengan faktor kontraktivitas $s = 0.25$. Atraktor dari SFI objek fraktal pada Gambar 3 ditampilkan pada Gambar 5. Kemiripan atraktor dengan objek fraktal dapat dihitung menggunakan persamaan (1.2) sebagaimana diilustrasikan oleh prosedur berikut ini.

$$\begin{aligned} h\left(L_0, \bigcup_{n=1}^3 w_n(L_0)\right) &= h\left(\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}, \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}\right\} \cup \left\{\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}\right\} \cup \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}\right) \\ &= h\left(\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}, \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Pilih $\varepsilon = 0.01 \geq 0$ sedemikian sehingga

$$h\left(\left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}, A\right) \leq \frac{0.01}{1-0.25} = 0.013 < 0.014.$$



Gambar 5. Atraktor SFI Objek Fraktal pada Gambar 3



Gambar 6. Motif Songket Lombok (Motif Pinggiran)

3. SFI Motif Songket Lombok

Gambar 6 menampilkan motif songket Lombok yang dijadikan sebagai objek pada penelitian ini. Prosedur serupa yang digunakan untuk mendesain SFI objek fraktal pada Gambar 3 juga akan diimplementasikan pada bagian motif songket yang dibatasi oleh persegi panjang berwarna merah.

Motif songket tersebut ditutupi menggunakan empat poligon L_0, L_1, L_2, L_3 yang sebangun. L_0 ditandai oleh poligon berwarna merah, $w_1(L_0) = L_1$ ditandai oleh poligon berwarna kuning, $w_2(L_0) = L_2$ ditandai oleh poligon berwarna ungu, dan $w_3(L_0) = L_3$ ditandai oleh poligon berwarna hijau.



Gambar 7. Proses Pendesainan SFI Motif Pinggiran

Dipilih titik verteks L_0 : (0.25,0.35), (0.75,0.35), (0.5,1); titik verteks L_1 : (0.29,0.45), (0.71,0.45), (0.5,1); titik verteks L_2 : (0.4,0.08), (0.5,0.1), (0.35,0.35); titik verteks L_3 : (0.5,0.1),

(0.6,0.08), (0.63,0.35) dan diperoleh kode SFI pada Tabel 2.

Tabel 2. Kode SFI Motif Pinggiran

n	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n
1	0.84	0	-0.02	0.8385	0.08	0.1715
2	0.2	-0.1538	0.04	0.4	0.4038	-0.07
3	0.2	0.1231	-0.04	0.4	0.4069	-0.03

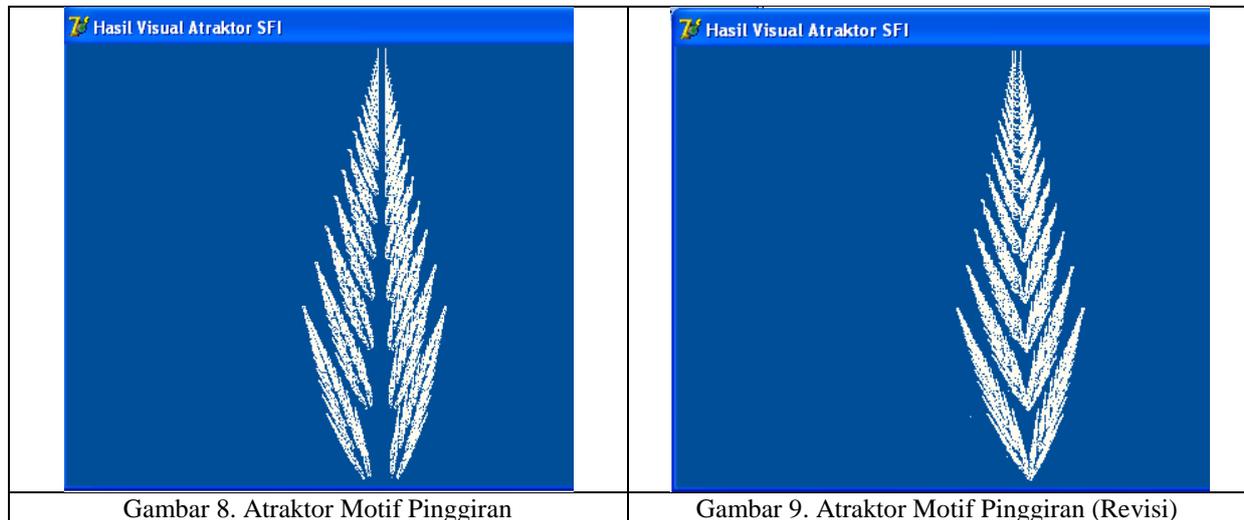
Berdasarkan data pada Tabel 2, SFI Motif Pinggiran diberikan oleh himpunan pemetaan kontraktif:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.84 & 0 \\ -0.02 & 0.8385 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.1715 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1538 \\ 0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.4038 \\ -0.07 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1231 \\ -0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.4069 \\ -0.03 \end{pmatrix} \right\}$$
 dengan faktor kontraktivitas $s = 0.70434$. Atraktor dari SFI Motif Pinggiran pada Gambar 7 ditampilkan pada Gambar 8. Kemiripan atraktor dengan Motif Pinggiran dihitung sebagai berikut.

$$h\left(L_0, \bigcup_{n=1}^3 w_n(L_0)\right) = h\left(\left\{\begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}, \left\{\begin{pmatrix} 0.29 \\ 0.45 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.71 \\ 0.34 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.08 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.35 \\ 0.35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.08 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.63 \\ 0.35 \end{pmatrix}\right\}) = 0.12$$

Pilih $\varepsilon = 0.13 \geq 0.12$ sedemikian sehingga

$$h\left(\left\{\begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.35 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}, A\right) \leq \frac{0.13}{1-0.70434} = 0.29566 < 0.3.$$



Dilakukan revisi terhadap Kode SFI Motif Pinggiran pada Tabel 2 untuk memperoleh atraktor yang lebih mirip dengan objek sebenarnya. Dengan demikian, SFI Motif Pinggiran terbaru diberikan oleh himpunan pemetaan kontraktif:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0.84 & 0 \\ -0.02 & 0.8385 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.08 \\ 0.1715 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & -0.1538 \\ 0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.59 \\ -0.07 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1231 \\ -0.04 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.39 \\ -0.03 \end{pmatrix} \right\}$$

dengan faktor kontraktivitas $s = 0.70434$. Kemiripan atraktor pada Gambar 9 dengan Motif Pinggiran dapat dihitung menggunakan prosedur sebagaimana yang telah dicontohkan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Garg, A., dkk. 2014. *A Review on Natural Phenomenon of Fractal Geometry*. International Journal of Computer Applications, 86(4): 0975 – 8887.

[2] Levy, S.D. *Neuro-Fractal Composition of Meaning: Toward a Collage Theorem for Language*. <http://www.cs.stir.ac.uk/~lss/BICS2004/>

[3] Falconer, K. 1997. *Techniques in Fractal Geometry*. John Wiley & Sons, England.

[4] Narasimhan, A. *The Koch Curve*. <https://home.iitm.ac.in/arunn/koch-curve.html>, Diakses tgl. 4 November 2015.

CD/papers/1101.pdf, Diakses tgl. 2 November 2015.

- [5] Parsons, M. *Sierpinski Triangle*.
<http://jwilson.coe.uga.edu/emat6680/parsons/mvp6690/essay1/sierpinski.html>,
Diakses tgl. 4 November 2015.
- [6] Barnsley, M., Vince, A. 2013. *Developments in fractal geometry*. Bulletin of Mathematical Sciences, Vol.3: 299 – 348.
- [7] Barnsley, M. 1988. *Fractals Everywhere*. Academic Press Inc., Boston.
- [8] Echols, J., M., and Shadily, H. 1976. *Kamus Inggris – Indonesia*. PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [9] Arnold, D. *Iterated Function Systems*.
<http://msemac.redwoods.edu/~darnold/ifs/index.htm>, Diakses tgl. 3 November 2015.
- [10] Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Alfabeta, Bandung.