



Proportional Reasoning in Mathematics Education: A Systematic Literature Review (SLR)

Prismadian Amalia Putri¹, Agus Susanta^{2*}, Nurul Astuti Yensy³

¹ Mahasiswa Doktor Pendidikan, FKIP, Universitas Bengkulu, Bengkulu

² Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Bengkulu, Bengkulu

³ Pendidikan, FKIP, Universitas Bengkulu, Bengkulu

Prismadianamalia1410@gmail.com

Abstract

This systematic literature review analyzes international evidence on proportional reasoning (PR) in K–12 education and teacher training. We synthesized eight studies and identified four key patterns. Contexts with hands-on activities help students transition from intuitive to formal strategies. Students often succeed with probability ratios, but struggle with visual biases. Example-based practice with self-explanation improves probabilistic reasoning, especially for less prepared students. Finally, diagnostic tools such as construct maps are useful for tracking student progress from "combined unit" to "multiplicative comparison" understanding. Our review recommends designing a clear progression for ratios, rates, and probabilities; teaching anti-bias strategies; embedding routines of example problems; and using construct map-guided assessments. This synthesis provides a clear action lens to improve PR instruction by integrating student cognition, task design, and teacher practices.

Keywords: proportional reasoning; mathematics education; systematic literature review

Abstrak

Ulasan literatur sistematis ini menganalisis bukti internasional mengenai penalaran proporsional (PR) dalam pendidikan K–12 dan pelatihan guru. Kami mensintesis delapan studi dan mengidentifikasi empat pola kunci. Konteks dengan aktivitas praktis membantu siswa beralih dari strategi intuitif ke strategi formal. Siswa sering berhasil dengan rasio probabilitas, tetapi kesulitan dengan bias visual. Latihan berbasis contoh dengan penjelasan diri meningkatkan penalaran probabilistik, terutama bagi siswa yang kurang siap. Akhirnya, alat diagnostik seperti peta konstruksi berguna untuk melacak kemajuan siswa dari pemahaman "unit gabungan" ke "perbandingan perkalian". Tinjauan kami merekomendasikan merancang progres yang jelas untuk rasio, laju, dan probabilitas; mengajarkan strategi anti-bias; mengintegrasikan rutinitas soal contoh; dan menggunakan penilaian yang dipandu peta konstruksi. Sintesis ini memberikan lensa tindakan yang jelas untuk meningkatkan pengajaran PR dengan mengintegrasikan kognisi siswa, desain tugas, dan praktik guru.

Kata Kunci: penalaran proporsional; pendidikan matematika; systematic literature review

1. PENDAHULUAN

Salah satu bidang konten matematika yang layak untuk diteliti adalah penalaran proporsional (Amador *et al.*, 2025). Bidang ini telah lama diakui sebagai salah satu kompetensi dasar dalam pendidikan matematika yang mendasari penguasaan konsep-konsep lanjutan seperti rasio, aljabar, geometri, dan probabilitas (Lamon, 2007). Kemampuan mengenali hubungan proporsional tidak hanya penting dalam menyelesaikan masalah praktis sehari-hari, tetapi juga dalam konsep matematika tingkat lanjut (Warli *et al.*, 2025) penalaran proporsional adalah topik yang mulai dipelajari anak-anak sejak usia dini (Vanluydt & Dooren, 2022).. Berpikir logis merupakan salah satu aspek terpenting dari kemampuan matematika dalam pembelajaran matematika (Khumairoh *et al.*, 2020).

Penalaran proporsional adalah proses berpikir untuk menarik kesimpulan dari informasi yang berkaitan dengan hubungan perkalian, dengan lima tingkat kemampuan (dari non proporsional hingga perkalian). Penalaran proposional adalah keterampilan penting dalam matematika yang memungkinkan siswa untuk memahami dan memecahkan masalah yang melibatkan hubungan antara kuantitas (Sari *et al.*, 2024). Hal ini didukung (Brodie *et al.*, 2010), yang menyatakan bahwa penalaran adalah keterampilan matematika dasar yang diperlukan untuk memahami konsep. Penalaran proporsional dapat didefinisikan sebagai berpikir secara logis dalam situasi yang melibatkan perbandingan (Nugraha *et al.*, 2016). Kemampuan berpikir proporsional merupakan indikator yang baik untuk kesuksesan siswa dalam berpikir matematis tingkat lanjut. Berpikir proporsional dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dengan menggunakan konsep perbandingan dalam situasi tertentu, seperti suku bunga deposito tetap, skala pada peta, dan sebagainya. Oleh karena itu, dianggap penting untuk melakukan penelitian tentang kemampuan penalaran proporsional guna mengkaji proses-proses kompleks untuk memerlukan pemikiran matematis dalam pendidikan matematika.

Beberapa tinjauan terbaru tentang penelitian penalaran proporsional telah diterbitkan. Namun, berbagai studi menunjukkan bahwa siswa di berbagai tingkatan, terutama yang berusia 11-16 tahun, masih mengalami kesulitan dalam penalaran proporsional. Mereka cenderung menggunakan strategi intuitif atau aditif, seperti coba-coba, dan terjebak dalam bias visual saat dihadapkan pada masalah yang memerlukan strategi perkalian yang lebih formal (Liu & Schunn, 2017) ;(Batanero *et al.*, 2023). Kondisi ini menunjukkan adanya kesenjangan antara pengetahuan deklaratif siswa dan kemampuan mereka untuk secara konsisten menerapkan strategi formal dalam konteks yang kompleks dan beragam.

Namun, berbagai penelitian menunjukkan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dalam mengembangkan penalaran proporsional (Abreu-Mendoza *et al.*, 2023); (Puspita *et al.*, 2023); (Karli & Yilzid, 2022); (Vanluydt *et al.*, 2022); (Ayan, 2018)(Miao *et al.*, 2022). Banyak siswa masih menggunakan strategi intuitif seperti menebak dan memeriksa atau pendekatan penambahan saat dihadapkan pada masalah yang

memerlukan strategi perkalian yang lebih formal (Nathan, 2000). Hal ini menunjukkan adanya kesenjangan antara pengetahuan deklaratif siswa tentang konsep rasio atau probabilitas dan kemampuan mereka untuk secara konsisten menerapkan strategi formal dalam situasi yang kompleks dan kontekstual. Penelitian tersebut menyoroti berbagai faktor yang mempengaruhi kemampuan siswa dalam penalaran proporsional. Liu & Schunn, (2017) menekankan pentingnya pengetahuan mekanistik memahami mekanisme dalam konteks masalah sebagai jembatan untuk mendorong penggunaan strategi matematika formal. Siswa yang memiliki pemahaman mekanistik yang lebih tinggi cenderung menggunakan strategi proporsional yang benar dibandingkan dengan mereka yang hanya menggunakan intuisi.

Penelitian yang dilakukan oleh (Batanero & Hernández-solís, 2023) melibatkan siswa costa rica sebagai subjek menunjukkan bahwa membandingkan probabilitas dalam sebuah spinner lebih mudah dipahami oleh siswa daripada membandingkan rasio, meskipun mereka masih terjebak dalam bias visual, seperti fokus pada distribusi sektor warna daripada membandingkan luas sektor tersebut. Penelitian oleh Batanero *et al.*, (2023) ditemukan perbedaan yang signifikan antara siswa Spanyol dan Costa rica. Siswa spanyol lebih sering menggunakan strategi formal berdasarkan rasio dan probabilitas, sementara siswa Costa Rica lebih sering terjebak pada strategi aditif atau visual. Hal ini menunjukkan pengaruh kurikulum dan budaya pembelajaran matematika di masing-masing negara. Carney *et al.*, (2023) memperkenalkan peta konstruksi sebagai kerangka diagnostic untuk memetakan perkembangan penalaran proporsional siswa. Peta ini menekankan transisi penting dari konsep unit gabungan menggunakan unit gabungan seperti “4 kue per 1\$” ke konsep perbandingan perkalian (perbandingan fungsional seperti “jumlah kue selalu 4 kali harga”). Penelitian ini menyoroti bahwa transisi ini tetap menjadi tantangan utama, sehingga guru perlu menggunakan penilaian formatif berdasarkan konstruksi kognitif siswa.

Pertanyaan Penelitian

Tinjauan ini akan menjawab pertanyaan berikut:

- Pertanyaan penelitian 1 : apakah terdapat perbedaan yang signifikan antara negara-negara dalam hal strategi yang digunakan oleh siswa untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan penalaran proporsional?
- Pertanyaan penelitian 2 : bagaimana cara mengembangkan peta konstruksi untuk mendiagnosis dan memvisualisasikan tahap-tahap perkembangan penalaran proporsional siswa?
- Pertanyaan penelitian 3 : strategi pengajaran apa yang dapat diterapkan, didasarkan pada penggunaan peta konstruksi, untuk membantu guru meningkatkan penalaran proporsional siswa di kelas?

Masih terdapat beberapa celah penelitian, yaitu: (1) kurangnya studi lintas budaya, karena penelitian yang membandingkan berbagai negara masih terbatas, meskipun kurikulum dan budaya belajar memiliki pengaruh yang kuat. (2) penggunaan alat diagnostic yang terbatas, karena sedikit penelitian yang mengintegrasikan peta konstruksi atau kerangka konseptual lain untuk memetakan perkembangan siswa. (3) kesenjangan antara teori dan praktek di kelas, Dimana guru seringkali kekurangan strategi pengajaran berdasarkan temuan empiris, sehingga temuan penelitian tidak sepenuhnya diterapkan. Oleh karena itu, artikel ini bertujuan untuk: (1) mensintesis temuan penelitian internasional terkait penalaran proporsional pada siswa berusia 11-16 tahun. (2) menganalisis pengaruh pengetahuan mekanistik, bias kognitif, dan faktor kurikulum terhadap penalaran proporsional. (3) memberikan rekomendasi pedagogis berdasarkan peta konstruksi untuk memperkuat strategi pengajaran dan penilaian di sekolah menengah. Dengan kerangka kerja ini, studi ini diharapkan dapat memberikan kontribusi teoritis dan praktis terhadap pengembangan pembelajaran matematika, khususnya dalam meningkatkan penalaran proporsional siswa di berbagai konteks dan budaya pendidikan.

Untuk mensintesis temuan internasional pada tujuan 1, diperlukan perbandingan strategi antar negara pertanyaan penelitian 1, yang juga mengatasi keterbatasan studi lintas budaya pada celah 1. Pengembangan rekomendasi berbasis peta konstruksi dalam tujuan 3 memerlukan pemahaman dan pengembangan alat-alat ini terlebih dahulu pertanyaan penelitian 2, guna mengatasi kesenjangan dalam penggunaan alat diagnostic. Penguatan strategi pengajaran dan penilaian dalam tujuan 3 diwujudkan melalui desain dan rekomendasi strategi praktis pertanyaan penelitian 3, yang secara langsung menjembatani kesenjangan antara penelitian dan praktik di kelas.

2. METODE PENELITIAN

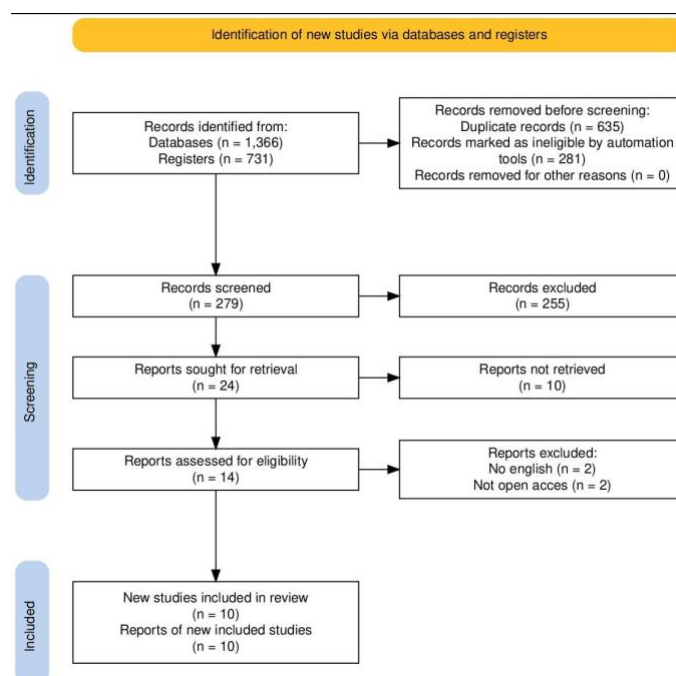
Penelitian ini menggunakan metode Ulasan Literatur Sistematis (SLR) sesuai dengan prinsip-prinsip pedoman PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analysis) untuk mengidentifikasi, mengevaluasi, dan mensintesis artikel-artikel relevan dari literatur akademik. Proses ulasan ini dilakukan sebagai berikut. Identifikasi dan Penyaringan Artikel-artikel relevan diidentifikasi melalui pencarian di basis data Scopus menggunakan kata kunci spesifik terkait penalaran proporsional dalam pendidikan matematika. Dari pencarian awal, 10 artikel yang telah direview oleh rekan sejawat dipilih berdasarkan proses penyaringan yang cermat untuk memastikan mereka memenuhi kriteria inklusi. Semua artikel yang dipilih berfokus pada penalaran proporsional di kalangan siswa berusia 11–16 tahun.

Analisis Data Analisis 10 artikel yang dipilih dilakukan dalam tiga tahap untuk memastikan pendekatan yang komprehensif dan sistematis:

a. Ekstraksi Data: Informasi kunci dari setiap studi diekstraksi dan dikategorikan, termasuk konteks penelitian, ukuran sampel, dan tujuan penelitian spesifik. Langkah ini memungkinkan gambaran terstruktur tentang bukti.

b. Pengelompokan Temuan: Temuan yang diekstraksi dikelompokkan ke dalam tema-tema kunci yang relevan dengan tujuan penelitian. Tema-tema ini meliputi pengaruh pengetahuan mekanistik, bias kognitif siswa, faktor kurikulum, dan penggunaan kerangka diagnostik.

c. Sintesis Temuan: Sintesis komparatif digunakan untuk mengidentifikasi pola umum, perbedaan kunci, dan implikasi keseluruhan dari temuan di seluruh studi. This final stage provided the basis for the pedagogical recommendations proposed in this article. The PRISMA diagram is presented in Figure 1 below.



Gambar 1. Diagram PRISMA

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Temuan dari tinjauan sistematis literatur ini dikategorikan sesuai dengan tiga tujuan penelitian utama.

Temuan Penelitian Pada Penalaran Proporsional Siswa Usia 11–16

Studi-studi yang disintesis dalam tinjauan ini secara konsisten menunjukkan bahwa siswa berusia 11–16 tahun di berbagai negara, termasuk Kosta Rika dan Spanyol,

mengalami kesulitan yang signifikan dalam penalaran proporsional. Sebuah studi yang dilakukan di Kosta Rika menemukan bahwa siswa dalam kelompok usia ini (Kelas 6 hingga 10) kesulitan membandingkan rasio, dan tingkat penalaran yang dicapai mereka lebih rendah daripada yang dilaporkan dalam penelitian sebelumnya. Temuan ini diperkuat oleh studi lintas negara yang membandingkan siswa di Kosta Rika dan Spanyol (usia 11–16), yang menemukan bahwa siswa dari kedua negara mengalami kesulitan terbesar dalam membandingkan probabilitas untuk item pada tingkat penalaran proporsional yang sama. Hal ini menunjukkan bahwa pola kesulitan yang serupa terdapat di mana pun, terlepas dari lokasi geografis.

Selain itu, sebuah studi terhadap siswa kelas enam (usia 11–12 tahun) di Spanyol menunjukkan bahwa mereka mengalami kesulitan dalam memahami pernyataan soal dan memberikan argumen yang jelas untuk tugas-tugas yang memerlukan penalaran proporsional dan kombinatorial. Penelitian lain (Begolli *et al.*, 2021) Menunjukkan bahwa tantangan ini dapat diatasi. Ditemukan bahwa latihan berbasis contoh sangat bermanfaat bagi siswa dengan kemampuan penalaran proporsional yang lebih rendah, karena dapat membantu mereka meningkatkan kemampuan mereka.

Pedagogical Recommendations Based on Construct Maps

Untuk memperkuat penilaian dan pengajaran penalaran proporsional, penelitian ini merekomendasikan penggunaan peta konstruksi dan kerangka item. (Carney *et al.*, 2023), menunjukkan bahwa peta konstruksi dapat menggambarkan pola umum dalam penalaran siswa dan membantu guru membuat pilihan instruksional berdasarkan pemikiran intuitif siswa.

Pendekatan metodologis untuk mengembangkan peta konstruksi melibatkan beberapa langkah: (1) merumuskan peta, yang mendefinisikan tahap-tahap penalaran proporsional; (2) mengembangkan jenis soal diagnostik yang sesuai dengan setiap tahap; (3) membandingkan tingkat kesulitan relatif dari item-item tersebut; dan (4) memodifikasi peta konstruksi berdasarkan bukti empiris dari data siswa. Kerangka kerja ini dapat membantu guru mengidentifikasi siswa yang memiliki pemahaman awal dan membimbing mereka menuju representasi aljabar dari hubungan proporsional, sehingga menjembatani kesenjangan antara teori dan praktik di kelas.

Tabel 1. Artikel Scopus

Sumber	Subjek	Metode	Fokus	Kata Kunci	Relevance to Research Gaps & RQs
(Coles, 2021)	Siswa SD	Desain kurikulum studi, Teoritis dan empiris analisis	Kurikulum berbasis aktivitas untuk proporsi	Model konseptual mendukung pemahaman tentang proporsi	Mendukung Tujuan 2 (analisis faktor kurikulum) dan memberikan masukan penting untuk

						reformasi kurikulum.
(Lundberg & Kilhamn, 2018)	Sekolah Menengah Pertama	Studi empiris tentang kinerja siswa dalam menjawab soal aljabar	Pemikiran kuantitatif dalam aljabar	Banyak siswa gagal menghubungkan variabel dengan proporsi..		Mendukung Tujuan 2 (analisis faktor kurikulum) dan relevan dengan Tujuan 3 (rekomendasi pedagogis) untuk menghindari kesalahan kontekstualisasi
(Ricart, 2022))	Sekolah Dasar Kelas 6 (Spanyol)	5 tugas tertulis; analisis kualitatif + kuantitatif (ANOVA, uji t)	Strategi siswa dalam menyelesaikan masalah kombinatorial dan proporsional	Sebagian besar jawaban kombinatorial tidak menggunakan strategi; penggunaan perkalian yang terkait dengan korelasi adalah benar.		Mendukung Tujuan 1 (sintesis temuan) dengan menyediakan bukti spesifik tentang kesulitan dalam penalaran proporsional pada kelompok usia ini.
(Nasi <i>et al.</i> , 2021)	Siswa SMP	Eksperimen di kelas (contoh soal yang telah diselesaikan + penjelasan mandiri vs. kelompok kontrol); Analisis Faktor Eksploratori (EFA)	Efektivitas contoh soal + penjelasan mandiri untuk probabilitas	Intervensi tersebut secara signifikan meningkatkan kemampuan penalaran probabilistik pada tes pasca		Secara langsung mendukung Tujuan 3 (rekomendasi pedagogis) dengan menyediakan strategi pengajaran yang spesifik.
(E, 2023)	Calon guru SD	Penelitian desain; instruksi pemecahan masalah + latihan; analisis OSA/EAR	Kemampuan calon guru dalam merancang soal tugas rumah dan penalaran aljabar	Calon guru kesulitan dalam menciptakan soal tugas rumah yang eksplisit; banyak di antara mereka yang mampu meningkatkan keterampilan aljabar mereka.		Mendukung Tujuan 3 (rekomendasi pedagogis) dan berkaitan dengan RQ 3 dengan menyarankan pentingnya pelatihan guru dalam

					merancang tugas yang efektif.
(Amador <i>et al.</i> , 2025)	Calon guru SD dan SMA	Pengamatan melalui video; pengkodean	Perhatikan PR (siapa, apa, bagaimana) dan sumber daya pengetahuan yang muncul	-	Relevan dengan Celah 3 (teori vs. praktik) dan mendukung kebutuhan akan alat seperti peta konstruksi (RQ 2 & RQ 3) untuk membantu guru memahami penalaran siswa secara lebih mendalam.
(Liu & Schunn, 2017)	Mahasiswa dalam tugas pemrograman robotika	Hubungan antara pengetahuan mekanistik dan strategi matematis	Mahasiswa dengan pengetahuan mekanistik yang tinggi menggunakan strategi formal dan solusi umum.	Integrasikan konteks pembelajaran mekanistik/analogis untuk mengembangkan penalaran proporsional.	Mendukung Tujuan 2 (menganalisis faktor kognitif) dan secara tidak langsung terkait dengan Gap 3 (menghubungkan teori dan praktik).
(Batanero <i>et al.</i> , 2023)	292 Siswa Costa Rica umur 11-16	Perbandingan probabilitas dalam spinner versus rasio	Siswa menemukan perbandingan probabilitas lebih mudah daripada rasio, tetapi menunjukkan bias visual yang kuat. Tingkat penalaran di bawah standar yang diharapkan.	Berikan pelatihan eksplisit yang menghubungkan konsep probabilitas dengan rasio; atasi bias visual dalam pengajaran	Directly Langsung mendukung Tujuan 1 (sintesis temuan internasional) dan Tujuan 2 (analisis bias kognitif). Jawaban ini relevan dengan RQ 1 dan Gap 1.
(Batanero <i>et al.</i> , 2023)	704 siswa di Costa Rica & Spanyol umur 11-16)	Studi lintas negara tentang probabilitas dan rasio	Siswa Spanyol menggunakan strategi proporsional secara lebih konsisten dibandingkan dengan teman sebayanya di Costa Rica. Perbedaan	Kurikulum dan praktik pengajaran membentuk penalaran proporsional → mengevaluasi dan mereformasi kurikulum nasional.	Langsung mendukung Tujuan 1 (sintesis internasional) dan Tujuan 2 (analisis bias kognitif). Ini merupakan inti dari RQ 1 dan Gap 1.

			kurikulum mempengaruhi hasil.		
(Carney <i>et al.</i> , 2023)	Siswa sekolah menengah	Membuat peta konstruksi dalam penalaran proporsional	Sebagian besar siswa berada pada tahap konsepsi unit terpadu; sedikit yang mencapai tahap perbandingan perkalian.	Gunakan peta konstruksi sebagai alat diagnostik untuk pengajaran yang disesuaikan dalam penalaran proporsional.	Hal ini secara langsung mendukung Tujuan 3 (rekomendasi pedagogis) dan menjawab Pertanyaan Penelitian 2 (bagaimana mengembangkan peta konstruksi). Ini merupakan inti dari Gap 2 dan Gap 3.

Sintesis dari perspektif siswa, tugas, dan guru menunjukkan siklus perbaikan PR yang terpadu: (a) memulai konteks berbasis aktivitas/mekanistik untuk memahami struktur perkalian; (b) mengajarkan strategi anti-bias eksplisit untuk probabilitas dan kombinatorika (misalnya, penalaran berbasis area untuk spinner, diagram pohon); (c) mengintegrasikan contoh yang telah diselesaikan + rutinitas penjelasan diri dengan representasi yang bervariasi; (d) memantau kemajuan menggunakan peta konstruksi dan protokol pengamatan untuk menyesuaikan instruksi. Perbandingan antarnegara menyoroti nilai kohesi kurikulum yang menghubungkan rasio–laju–probabilitas, sementara kesenjangan yang persisten mengindikasikan perlunya studi longitudinal dan transfer.

Implikasi Praktis

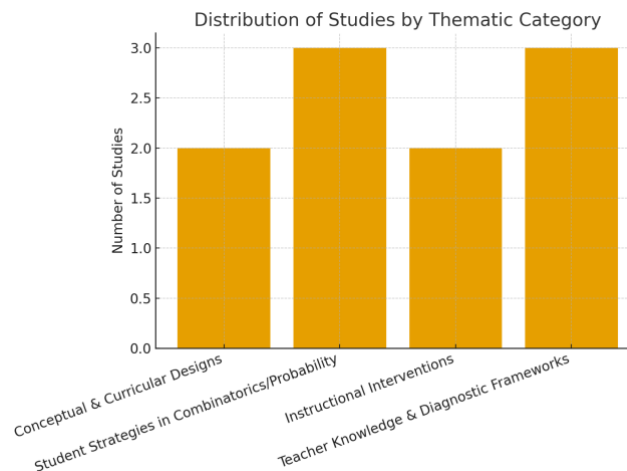
Untuk kurikulum: integrasikan perkembangan PR (rasio, laju, aljabar, dan probabilitas) dari tingkat dasar hingga menengah pertama. Untuk pengajaran: gabungkan instruksi strategi eksplisit (penyebutan, laju satuan, penskalaan) dengan contoh yang dipecahkan/penjelasan mandiri. Untuk penilaian: adopsi tugas formatif yang selaras dengan peta konstruksi dan alat pengamatan guru. Untuk pendidikan guru: fasilitasi pemecahan masalah yang secara eksplisit menggerakkan penalaran PR dan aljabar.

Batasan dan Penelitian Masa Depan

Bukti terkonsentrasi pada konteks nasional spesifik dan studi berdurasi pendek; transfer antar bidang (misalnya, probabilitas → aljabar) belum banyak diuji; sampel untuk studi pendidikan guru relatif kecil.

Visual Analysis

Gambar 1 menampilkan distribusi studi menurut empat kategori tematik yang diidentifikasi dalam tinjauan sistematis ini. Kluster bukti terbesar terdapat pada strategi siswa dan pengetahuan guru/kerangka diagnostik, menyoroti pentingnya kognisi siswa dan pengamatan guru dalam penelitian penalaran proporsional. Distribusi studi menurut kategori tematik ditampilkan pada Gambar 2 di bawah ini.



Gambar 2. Distribusi Studi

Transfer Antar Domain

Dalam studi-studi yang termasuk, penalaran proporsional (PR) dievaluasi dalam konteks yang sebagian tumpang tindih (aljabar, perbandingan rasio, spinner/probabilitas, kombinatorika). Pola konvergen muncul: peserta didik menunjukkan kompetensi lokal ketika dukungan representasional ditonjolkan (misalnya, probabilitas berbasis area, scaffolding laju satuan) tetapi menunjukkan transfer yang lemah antar-domain. Hal ini menyarankan bahwa pengetahuan PR sering kali diencode secara terikat konteks. Implikasi praktisnya adalah merancang tugas jembatan secara sengaja yang mengharuskan peserta didik untuk menginstansiasi ulang struktur perkalian yang sama di setidaknya dua domain (misalnya, dari tabel rasio ke area probabilitas), dengan pembicaraan eksplisit yang menghubungkan invarians (kovariasi, skala, unit yang digabungkan)

Sumber Bias dan Kesalahan

Keterlihatan visual (misalnya, bentuk atau warna sektor yang tidak sama pada spinner) dan godaan aditif merupakan sumber kesalahan yang kuat. Kesalahan ini tetap ada bahkan ketika peserta didik dapat menyebutkan definisi yang benar. Studi menunjukkan bahwa instruksi anti-bias harus diproseduralkan (daftar periksa untuk penghitungan; penalaran area sebelum keterlihatan warna; tes eksplisit untuk hubungan proporsional

versus aditif). Menyisipkan pemeriksaan ini ke dalam contoh yang dipecahkan/prompt penjelasan diri dapat mengubah gerakan intuitif menjadi rutinitas formal.

Kohesi Kurikulum dan Progresi

Polanya lintas negara menunjukkan bahwa kohesi kurikulum yang menghubungkan rasio, laju, dan probabilitas berkorelasi dengan penggunaan strategi formal yang lebih konsisten. Kami menyimpulkan bahwa penyesuaian kecepatan yang menggabungkan tabel laju, garis bilangan ganda, dan model area—bukan memisahkan topik—dapat menghindari pengulangan pengajaran dan mendorong generalisasi. Penilaian harus menempatkan tugas-tugas sepanjang perkembangan (unit komposisi → perbandingan perkalian) dan memberikan umpan balik yang terhubung dengan perkembangan tersebut untuk mempercepat pergerakan melalui tingkat-tingkat.

Pengamatan Guru versus Peningkatan Siswa

Studi tentang pengamatan guru menunjukkan peningkatan dalam mengidentifikasi peluang pembelajaran (siapa/apa/bagaimana proses berpikir), namun hubungan dengan hasil belajar siswa bersifat tidak langsung kecuali pengamatan dipadukan dengan rutinitas implementasi yang terarah (misalnya, menerapkan model area, mendorong pengelompokan, atau mengkoordinasikan perbandingan strategi yang berbeda). Oleh karena itu, pengembangan profesional yang menggabungkan pengamatan dengan skrip instruksional yang siap digunakan kemungkinan besar akan menghasilkan dampak yang lebih kuat di kelas.

Novelty and Contributions

Ulasan Literatur Sistematis (SLR) ini memberikan perspektif terintegrasi yang baru, menggabungkan pemahaman tentang kognisi siswa, desain tugas, dan praktik pengajaran guru. Poin-poin keunikan utama adalah:

1. Siklus Desain-Penilaian: Siklus yang saling terkait untuk penalaran proporsional, dimulai dari: Membuat konteks masalah berbasis aktivitas atau mekanisme, mengajarkan strategi untuk mengatasi bias, termasuk contoh yang telah diselesaikan, dan membiasakan siswa untuk menjelaskan pemikiran mereka, memantau kemajuan siswa menggunakan peta konstruksi atau pengamatan, serta melakukan iterasi atau perbaikan berkelanjutan.

2. Agenda Transfer Antar-Domain: Setiap unit pembelajaran harus memiliki setidaknya satu tugas yang menghubungkan struktur proporsional yang sama dalam dua representasi atau domain yang berbeda. Misalnya, menghubungkan tabel rasio dengan model luas atau probabilitas.

3. Alat Anti-Bias Operasional: Menyediakan daftar pemeriksaan eksplisit bagi guru untuk menetralkan kecenderungan siswa menggunakan strategi aditif dan bias visual. Langkah-langkah meliputi: menghitung, membuat satuan, dan menguji konstanta proporsionalitas.
4. Umpan Balik Berbasis Peta Konstruksi: Berikan komentar umpan balik yang sesuai dengan tingkat pemahaman siswa saat ini (misalnya, satuan yang dibentuk atau perbandingan perkalian) dan sarankan langkah representasi berikutnya yang harus diambil (misalnya, beralih dari penalaran laju satuan ke faktor perubahan).
5. Mikro desain untuk Pendidikan Guru: Menggabungkan praktik pengamatan guru (mengamati) dengan skrip pengajaran singkat (seperti panduan pertanyaan, rencana papan tulis, dan pertanyaan perbandingan) untuk membantu guru mengubah pengamatan menjadi perbaikan nyata dalam hasil belajar siswa.

4. SIMPULAN

Ulasan Literatur Sistematis (SLR) ini secara eksplisit menjawab ketiga pertanyaan penelitian yang diajukan. Menjawab RQ1, hasil sintesis menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antarnegara dalam strategi penalaran proporsional siswa, khususnya antara siswa di Spanyol dan Costa Rica. Siswa di Spanyol cenderung lebih konsisten menggunakan strategi formal berbasis rasio dan probabilitas, sementara siswa di Costa Rica lebih sering terjebak pada strategi aditif dan bias visual. Perbedaan ini menguatkan peran penting kurikulum dan budaya pembelajaran matematika dalam membentuk kualitas penalaran proporsional siswa. Menjawab RQ2, penelitian ini menunjukkan bahwa peta konstruksi dapat dikembangkan secara sistematis melalui tahapan perumusan level konseptual, pengembangan butir soal diagnostik, pemetaan tingkat kesulitan relatif, serta validasi berbasis data empiris siswa. Peta konstruksi terbukti mampu memvisualisasikan transisi penting dari pemahaman *unit gabungan* menuju *perbandingan perkalian*, sehingga berfungsi sebagai alat diagnosis perkembangan berpikir proporsional yang efektif bagi guru. Menjawab RQ3, temuan SLR ini merekomendasikan beberapa strategi pengajaran berbasis peta konstruksi yang terbukti efektif, yaitu: penggunaan konteks berbasis aktivitas dan mekanistik, penerapan strategi anti-bias secara eksplisit (terutama untuk probabilitas dan kombinatorika), integrasi contoh soal yang disertai *self-explanation*, serta pemanfaatan peta konstruksi sebagai dasar pemberian umpan balik formatif dan diferensiasi pengajaran di kelas.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa peningkatan penalaran proporsional siswa memerlukan pendekatan terpadu antara kognisi siswa, desain tugas matematis, dan praktik pengajaran guru. Kontribusi utama SLR ini terletak pada penguatan siklus desain–penilaian berbasis peta konstruksi, penguatan transfer lintas domain (rasio, laju, probabilitas, dan aljabar), serta penyediaan alat anti-bias operasional yang dapat langsung diterapkan dalam pembelajaran dan pelatihan guru. Adapun keterbatasan penelitian ini terletak pada keterbatasan konteks negara dan

durasi studi yang relatif pendek, sehingga analisis perkembangan jangka panjang dan transfer antar-domain belum sepenuhnya terungkap. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk menguji implementasi strategis peta konstruksi secara longitudinal serta mengembangkan alat diagnostik yang lebih adaptif lintas kurikulum nasional.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Para penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada individu dan lembaga yang telah memberikan kontribusi yang signifikan dalam penyelesaian artikel ini. Pertama-tama, para penulis ingin mengucapkan terima kasih yang tulus kepada para pembimbing dan supervisor mereka atas bimbingan, wawasan, dan dukungan yang tak tergoyahkan selama proses penelitian dan penulisan. Masukan kritis dan saran mereka sangat berperan dalam membentuk arah dan kualitas karya ini. Kami juga berterima kasih kepada rekan-rekan dan peneliti sesama yang telah menyediakan platform untuk diskusi, pertukaran ide, dan motivasi, yang telah memperkaya perspektif kami secara signifikan. Terakhir, dukungan institusional dari Fakultas Pendidikan dan Pelatihan Guru, Universitas Bengkulu sangat dihargai. Kami berterima kasih atas sumber daya, bantuan administratif, dan lingkungan akademik yang kondusif yang memungkinkan penelitian ini dapat diselesaikan dengan sukses.

6. REFERENSI

- Abreu-Mendoza, R. A., A.B. Powell, K.A. Renninger, L.M. Rivera, J. Vulic, S. Weimar, & A.R.L. Fm. 2023. Middle-schoolers' misconceptions in discretized nonsymbolic proportional reasoning explain fraction biases better than their continuous reasoning: Evidence from correlation and cluster analyses. *Cognitive Psychology*, 143. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2023.101575>
- Amador, J. M., D. Glassmeyer, & A. Brakonietki. 2025. Teachers' noticing of proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education* 28(4): 879–907. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09625-7>
- Ayan, R., & I. B. 2018. Middle School Students' Proportional Reasoning in Real Life Contexts in The Domain of Geometry and Measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 50(1): 65–81.
- Batanero, C., & L.A. Hernández-solís. 2023. Analysing Costa Rican And Spanish Students ' Comparisons Of Probabilities And Ratios. 22(November).
- Batanero, C., L.A.H. Solís, U. Estatal, S. Jose, & C. Rica. 2023. Costa Rican students ' proportional reasoning and comparing probabilities in spinners. 19(12).
- Brodie, K., K. Coetzee, L. Lauf, S. Modau, N. Molefe, & R. O'Brien. 2010. Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms* 1–225. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09742-8>
- Carney, M. B., E. Smith, & G. Hughes. 2023. Construct maps and item frameworks : an

- example in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal* 35(4): 849–877. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00415-z>
- Coles, A. 2021. Commentary on a special issue: Davydov's approach in the XXI century. *Educational Studies in Mathematics* 106(3): 471–478. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10018-9>
- E, N. T. & M. B. 2023. Education sciences Creation of Problems by Prospective Teachers to Develop Proportional and Algebraic Reasonings in a Probabilistic Context.
- Jolliffe, F. 2005. Assessing Probabilistic Thinking and Reasoning. In *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning*.
- Karli, M. G., & E. Yilzid. 2022. Incorrect Strategies Developed by Seventh-Grade Students to Solve Proportional Reasoning Problems. *Journal of Qualitative Research in Education* 29: 111–148.
- Khumairoh, B., S.M. Amin, & P. Wijayanti. 2020. Penalaran Proporsional Siswa Kelas Menengah dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Adversity Quotient. *Pedagogia : Jurnal Pendidikan* 9(1): 67–80. <https://doi.org/10.21070/pedagogia.v9i1.259>
- Lamon, S. 2007. Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. *Handbook of Mathematical Teaching and Learning* 629–667.
- Liu, A. S., & C.D. Schunn. 2017. Applying math onto mechanisms: mechanistic knowledge is associated with the use of formal mathematical strategies. *Cognitive Research: Principles and Implications* 1–13. <https://doi.org/10.1186/s41235-016-0044-1>
- Lundberg, A. L. V., & C. Kilhamn. 2018. Transposition of Knowledge: Encountering Proportionality in an Algebra Task. *International Journal of Science and Mathematics Education* 16(3): 559–579. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9781-3>
- Miao, Z., C. Bokhove, D. Reynolds, D. & C.Y. Charalambous. 2022. Rational numbers and proportional reasoning in Chinese primary schools: Patterns, latent classes, and reasoning processes 1(4): 408–436. <https://doi.org/10.1177/27527263221143802>
- Nasi, K., B. Ting, D. Kelly, & M.M. Julie. 2021. Could probability be out of proportion? Self-explanation and example-based practice help students with lower proportional reasoning skills learn probability. In *Instructional Science* (Vol. 49, Issue 4). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/s11251-021-09550-9>
- Nathan, M. J., & K. R. O. 2000. Teacher's and Researchers' beliefs About The Development of Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education* 31(2): 168–190.
- Nugraha, Y., I. Sujadi, & P. Pangadi. 2016. Penalaran proporsional siswa kelas VII [Proportional reasoning of students in class VII]. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, 9(1): 34–47.
- Problems, R., M. Gulsum, & K. Esra. 2022. Incorrect Strategies Developed by Seventh-Grade Students to Solve Proportional. 111–148.

- Puspita, T., I. Muzdalipah, & E. Nurhayati. 2023. Kemampuan Penalaran Proporsional pada Materi Perbandingan. *Plusminus: Jurnal Pendidikan Matematika* 3(1): 107–116. <https://doi.org/10.31980/plusminus.v3i1.1227>
- Ricart, M. 2022. Combinatorial and Proportional Task : Looking for Intuitive Strategies in Primary Education.
- Sari, R. N., R. Rosjanuardi, R. Isharyadi, & A. Nurhayati. 2024. Level of Students' Proportional Reasoning in Solving Mathematical Problem. *Journal OnMathematics Education* 15(4): 1095–1114.
- Vanluydt, E., L. Verschafel, & W. Van Dooren. 2022. The Early Development of Proportional Reasoning: A Longitudinal Study. *Journal of Education of Educational Psychology* 114(6): 1343–1358.
- Warli, D., D. Suryadi, S. Fatimah, & A. Wicaksono, A. 2025. A study of proportional reasoning: Tackling missing value and numerical comparison challenges. 6(February): 1–12.