



Analisis Komparatif Kesalahan Kognitif dan Penalaran Matematis Siswa pada Soal PISA Level 6

Chusnul Chatimah Azis^{1*}, Andi Asrafiani Arafah², Abdul Rahman³, Bernard⁴

^{1*} Mahasiswa Pendidikan Matematika, Program Pascasarjana, Universitas Negeri Makassar, Makassar

² Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mulawarman, Samarinda

^{3,4} Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Makassar, Makassar

chusnul.chatimah@student.unm.ac.id

Abstract

This research is motivated by the crucial issue of declining Indonesian PISA scores in 2022, which raises the urgency to evaluate and understand the disparity in mathematical literacy skills across educational levels. The purpose of this study is to comparatively analyze the cognitive error profiles and mathematical reasoning of junior high and senior high school students in Makassar in solving mathematical literacy problems equivalent to PISA Level 6. This study uses a qualitative descriptive method through a comparative case study design. The research subjects consisted of ninth-grade students from two public junior high schools and tenth-grade students from one public senior high school in Makassar City. Data were collected using a written essay test instrument that adapted the PISA 2022 framework for the content of Quantity, Uncertainty and Data, and Change and Relationships. The written data were then analyzed using a modified Newman Error Analysis procedure. The results highlight significant ability disparities and several cognitive problems: (1) at the junior high school level, students tend to stall and make literal errors at the comprehension and transformation stages; (2) At the high school level, although there is progress in average conceptual understanding, students experience stagnation in critical data literacy evaluation competencies. This finding leads to the conclusion that the pattern of students' written errors indicates the fossilization of misconceptions, where errors in mathematical understanding are not corrected and continue to be carried over from elementary to secondary education.

Keywords: *Comparative Study; Mathematical Literacy; Mathematical Reasoning; Newman Error Analysis; PISA Level 6.*

Abstrak

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh permasalahan krusial terkait penurunan skor PISA Indonesia pada tahun 2022, yang memunculkan urgensi untuk mengevaluasi dan memahami disparitas kemampuan literasi matematis antarjenjang pendidikan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis secara komparatif profil kesalahan kognitif dan penalaran matematis siswa SMP dan SMA di Makassar dalam menyelesaikan masalah literasi matematis yang setara dengan PISA Level 6. Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif melalui desain studi kasus komparatif. Subjek penelitian terdiri dari siswa kelas IX dari dua SMP Negeri dan siswa kelas X dari satu SMA Negeri di Kota Makassar. Data dikumpulkan menggunakan instrumen tes tertulis uraian yang mengadaptasi kerangka kerja PISA 2022 pada konten *Quantity, Uncertainty and Data*, serta *Change and Relationships*. Data tertulis tersebut kemudian dianalisis menggunakan prosedur Analisis Kesalahan Newman yang dimodifikasi. Hasil penelitian menyoroti disparitas kemampuan yang signifikan serta beberapa masalah kognitif: (1) pada tingkat SMP, siswa

cenderung terhenti dan melakukan kesalahan literal pada tahap memahami masalah (*comprehension*) dan transformasi (*transformation*); (2) pada tingkat SMA, meskipun terdapat perkembangan dalam pemahaman konseptual rata-rata, siswa mengalami kemandekan (stagnasi) pada kompetensi evaluasi literasi data kritis. Temuan ini memberikan kesimpulan bahwa pola kesalahan tertulis siswa mengindikasikan adanya fosilisasi miskonsepsi, di mana kesalahan pemahaman matematika tidak terkoreksi dan terus terbawa dari jenjang pendidikan dasar ke menengah.

Kata Kunci: Studi Komparatif; Literasi Matematis; Penalaran Matematis; Analisis Kesalahan Newman; PISA Level 6

1. PENDAHULUAN

Memasuki era Society 5.0, literasi matematis telah bertransformasi menjadi kompetensi fundamental yang melampaui sekadar kemampuan berhitung. *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD) mendefinisikan literasi matematis sebagai kapasitas individu untuk memformulasikan, menggunakan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai konteks dunia nyata (Dewi *et al.*, 2025; OECD, 2023a). Namun, laporan terbaru PISA 2022 menunjukkan bahwa skor rata-rata literasi matematika siswa Indonesia mengalami penurunan signifikan sebesar 13 poin menjadi 366 dibandingkan tahun 2018, menempatkan Indonesia pada posisi yang memprihatinkan dalam peta pendidikan global (OECD, 2023b). Penurunan ini diperparah dengan data bahwa proporsi siswa Indonesia yang mampu mencapai level kemahiran tinggi (Level 5 dan 6) sangat minim, mendekati 0% (OECD, 2023b). Kemampuan ini mencakup pemahaman terhadap konsep, prosedur, fakta, dan penggunaan alat-alat matematis untuk mendeskripsikan, menjelaskan, dan memprediksi fenomena (Darmastuti *et al.*, 2024; Udil *et al.*, 2025). Oleh karena itu, pengembangan literasi matematis yang kuat pada generasi muda bukan lagi sekadar tujuan kurikuler, melainkan sebuah investasi strategis untuk kemajuan bangsa dalam menghadapi tantangan global yang semakin kompleks.

Programme for International Student Assessment (PISA) merupakan sebuah studi komparatif internasional yang digagas oleh OECD untuk mengevaluasi sistem pendidikan di seluruh dunia. Sejak pertama kali diselenggarakan pada tahun 2000, PISA secara konsisten mengukur sejauh mana siswa berusia 15 tahun, yang berada di penghujung masa wajib belajar, telah memperoleh pengetahuan dan keterampilan esensial untuk partisipasi penuh dalam masyarakat modern (OECD, 2023b). PISA telah menjadi pendorong utama reformasi dan kebijakan pendidikan secara global, memposisikan literasi matematis sebagai indikator inti kesiapan siswa menghadapi tantangan masa depan (Deng & Gopinathan, 2016; Kappassova *et al.*, 2025).

Berbagai penelitian di Indonesia juga menguatkan temuan ini, menyimpulkan bahwa kemampuan literasi matematis siswa secara umum belum memuaskan, di mana siswa seringkali kesulitan dalam merumuskan, menerapkan, dan menafsirkan permasalahan matematika dalam konteks nyata (Suhengrin *et al.*, 2024; Sumarni *et al.*, 2023). Kondisi ini mengindikasikan adanya urgensi mendalam untuk tidak hanya

meningkatkan skor rata-rata, tetapi juga secara spesifik mengidentifikasi dan mengatasi hambatan yang menghalangi siswa mencapai tingkat kemahiran tertinggi.

Penelitian-penelitian sebelumnya secara konsisten menunjukkan bahwa siswa Indonesia seringkali mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah yang menuntut kemampuan meninjau, memberikan alasan, dan berkomunikasi secara efektif. Banyak siswa tidak terbiasa mengerjakan soal yang disajikan dalam konteks nyata dan lemah dalam kemampuan mengidentifikasi data relevan untuk ditransformasikan ke dalam model matematika (Selan *et al.*, 2020). Sistem asesmen nasional cenderung berfokus pada aspek kognitif level rendah seperti menghafal dan melakukan prosedur, sementara aspek tingkat tinggi seperti membuat dugaan, generalisasi, pembuktian, dan penyelesaian masalah non-rutin seringkali tidak tersentuh. Akibatnya, siswa kurang terlatih dalam menghadapi masalah kompleks yang menjadi ciri khas soal PISA level atas, yang secara inheren merupakan soal HOTS (Meryansumayeka *et al.*, 2020).

State of the art penelitian terdahulu telah banyak mengkaji kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal PISA. Penelitian Turnip *et al* (2025) mengidentifikasi bahwa kesalahan *encoding* dan interpretasi mendominasi kesulitan siswa pada konten *Uncertainty and Data*. Sementara itu, studi Muhaimin *et al* (2024) melalui tinjauan literatur sistematis menemukan bahwa hambatan utama siswa terletak pada proses *mathematising* atau memformulasikan masalah dunia nyata ke model matematika. Sari *et al* (2024) juga menekankan pentingnya pengembangan instrumen berbasis PISA untuk melatih nalar siswa yang selama ini terbiasa dengan soal prosedural rutin. Namun, mayoritas penelitian tersebut cenderung berfokus pada analisis satu jenjang pendidikan saja atau menganalisis soal dengan tingkat kesulitan moderat.

Gap analysis penelitian ini terletak pada fokusnya terhadap soal PISA Level 6 yang menuntut penalaran tingkat tinggi (*advanced mathematical thinking*) dan analisis komparatif antarjenjang (SMP vs SMA). Belum banyak studi yang secara spesifik membedah apakah transisi dari jenjang SMP ke SMA berhasil memperbaiki miskonsepsi dasar atau justru membiarkannya menetap (*fossilized*). Kebaruan (*novelty*) penelitian ini adalah diagnosis mendalam terhadap trajektori kesalahan siswa pada level kognitif tertinggi tanpa intervensi verbal (wawancara), sehingga murni memotret kemampuan siswa dalam mengkomunikasikan penalaran matematis secara tertulis.

Tujuan penelitian ini adalah untuk: (1) Menganalisis profil kesalahan siswa SMP dan SMA dalam menyelesaikan soal PISA Level 6 berdasarkan prosedur Newman; (2) Membandingkan karakteristik penalaran matematis tertulis antara kedua jenjang pendidikan tersebut; dan (3) Mengidentifikasi pola miskonsepsi yang persisten (stagnan) meskipun siswa telah menempuh jenjang pendidikan yang lebih tinggi.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan desain studi kasus komparatif. Metode ini dipilih untuk mendeskripsikan secara utuh pola kesalahan yang muncul dari dokumen tertulis siswa tanpa manipulasi perlakuan (Miles & Huberman, 1994).

Penelitian dilaksanakan di Kota Makassar, Sulawesi Selatan. Subjek penelitian dipilih menggunakan teknik purposive sampling yang terdiri dari Siswa kelas IX dari SMP Negeri A dan B di Kota Makassar, serta Siswa kelas X dari SMA Negeri C di Kota Makassar. Total subjek adalah 96 siswa yang telah mempelajari materi prasyarat (Statistika dan Aljabar).

Instrumen utama adalah Tes Literasi Matematis berbentuk uraian yang terdiri dari tiga butir soal setara PISA Level 6. Validitas isi instrumen didasarkan pada PISA 2022 Assessment Framework (OECD, 2023a) dengan cakupan konten *Quantity* (Konsep Rata-rata/Mean), *Uncertainty and Data* (Interpretasi Data Tabel), *Change and Relationships* (Logika Perubahan Rata-rata Gabungan).

Pengumpulan data dilakukan melalui tes tertulis. Karena tidak dilakukan wawancara, analisis difokuskan pada jejak tertulis (written evidence) menggunakan Analisis Kesalahan Newman (NEA) yang dimodifikasi untuk analisis dokumen (Amalia & Hadi, 2020), meliputi tahapan:

1. Membaca (*Reading*): Diidentifikasi dari kemampuan siswa menuliskan informasi penting dalam soal.
2. Memahami (*Comprehension*): Diidentifikasi dari ketepatan siswa menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan.
3. Transformasi (*Transformation*): Diidentifikasi dari ketepatan memilih rumus atau model matematika.
4. Keterampilan Proses (*Process Skill*): Diidentifikasi dari runtutan algoritma perhitungan.
5. Penulisan Jawaban (*Encoding*): Diidentifikasi dari kesimpulan akhir dan satuan yang dituliskan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Penelitian Empiris

Bagian ini secara khusus memaparkan kompilasi data empiris dari jejak kognitif tertulis siswa. Pola kinerja, karakteristik penalaran, dan bukti miskonsepsi siswa dari ketiga institusi pendidikan dikonsolidasikan dalam format matriks komparatif untuk setiap domain kognitif yang diuji. Pengujian ini menggunakan tiga instrumen soal literasi matematis tingkat tinggi (setara PISA Level 6)

3.1.1 Kinerja Pemahaman Konseptual Rata-Rata (Konteks *Quantity*)

Soal pertama dirancang untuk mengukur kedalaman konseptual siswa mengenai sifat tendensi sentral, khususnya mengevaluasi apakah siswa memahami bahwa rata-rata merupakan nilai representatif yang tidak secara wajib hadir sebagai entitas data aktual dalam sebuah himpunan nilai. Tabel 1 mendeskripsikan secara rinci respons komparatif antartingkatan.

Tabel 1. Profil Kinerja dan Tipologi Kesalahan pada Soal 1 (Konsep Rata-Rata)

Tingkatan Pendidikan	Kinerja Dominan	Karakteristik Penalaran dan Tipologi Kesalahan	Bukti Empiris (Transkripsi Jawaban Siswa)
SMP A	Salah	<p>Tipe 1: Interpretasi Literal. Megasumsikan nilai rata-rata sebagai kepastian kejadian tunggal.</p>	<p><i>A1 (Tipe 1):</i> "Tidak, karena tim tersebut Pernah memenangkan pertandingan dengan tepat 19 Poin, karena tim tersebut memiliki rata-rata 19 poin..."</p>
		<p>Tipe 2: Penalaran Tautologis. Memanipulasi bahasa premis soal tanpa memberikan argumen logis independen.</p>	<p><i>A2 (Tipe 2):</i> "Ya, karena tim Pemenang memiliki rata-rata 19 poin Selisi kemenangan."</p>
		<p>Tipe 3: Intuisi Lemah. Intuisi kesimpulan benar namun argumentasi berbelit dan gagal menyajikan contoh matematis yang valid.</p>	
SMP B	Variatif (Transisional)	<p>Diferensiasi Kognitif. Muncul kelompok yang masih terjebak pada kesalahan literal, namun terdapat proporsi signifikan siswa berkinerja tinggi yang mampu mengatasi miskonsepsi melalui pembuktian berbasis contoh tandingan (<i>counter-example</i>).</p>	<p><i>B1 (Benar):</i> "Ya mungkin saja... Misalnya jika tim menang dengan selisih 18 dan 20 poin rata-ratanya tetap 19 tanpa ada satu pun pertandingan dengan selisih tepat 19 poin."</p>
			<p><i>B4 (Salah):</i> "Tidak, Karena rata-rata kemenangan adalah 19 poin."</p>
SMA C	Benar (Mayoritas)	<p>Pematangan Abstraksi. Siswa mampu memvalidasi argumen dengan konstruksi model komputasi numerik secara mandiri. Meskipun demikian,</p>	<p><i>C1 (Benar):</i> "Jika tim menang tiga kali dengan selisih 10, 20, dan 27 Poin, Maka Rata-rata selisihnya: $\frac{10+20+27}{3} = \frac{57}{3} = 19."$</p>

sebagian minoritas kecil siswa masih menunjukkan miskonsepsi literal yang berakar dari SMP.

C2 (Salah): "Tidak, berdasarkan informasi rata-rata... itu berarti tim tersebut Pernah memenangkan pertandingan dengan Selisih 19 poin."

3.1.2 Kinerja Interpretasi Kritis Data Persentase (*Konteks Uncertainty and Data*)

Soal kedua menempatkan siswa pada situasi evaluasi kritis di mana mereka diharuskan memvalidasi sebuah klaim yang salah secara statistika dengan membedakan metrik nilai relatif (persentase luasan hutan dari total daratan) dengan metrik nilai absolut (luas fisik hutan dalam kilometer persegi).

Tabel 2. Profil Kinerja dan Tipologi Kesalahan pada Soal 2 (Evaluasi Data Kritis)

Tingkatan Pendidikan	Kinerja Dominan	Karakteristik Penalaran dan Tipologi Kesalahan	Bukti Empiris (Transkripsi Jawaban Siswa)
SMP A	Salah (Nyaris Universal)	<p>Kegagalan Konseptual Fundamental. Menerjemahkan angka persentase tertinggi sebagai representasi volume luas fisik terbesar dengan mengabaikan variabel tak terlihat (total daratan).</p> <p>Analisis Data Superfisial. Menyalin klaim tokoh dalam soal sebagai justifikasi validitas kebenaran.</p>	<p><i>A2 (Salah):</i> "Ya, karena korea selatan memiliki Luas area hutan yang Paling tinggi dari tahun 2005 Sampai 2015."</p> <p><i>A3 (Benar/Anomali):</i> "Tidak... harus di tunjukkan luas dengan satuan standar... m^2 agar dapat dibuktikan bahwa negara tersebut memang memiliki luas area hutan terbesar."</p>
SMP B	Salah	<p>Persistensi Kesalahan Konseptual. Pola kegagalan logis yang sama mendominasi jawaban, terkadang diperburuk oleh ketidakmampuan membaca tabel dari tahun ke tahun.</p> <p>Kemunculan Berpikir Kritis. Kelompok minoritas yang sangat kecil mampu</p>	<p><i>B4 (Salah):</i> "Ya karena data menampilkan bahwa hutan di korea selatan luas dari tahun ketahun."</p> <p><i>B6 (Benar):</i> "Tidak, karena data yang tersedia hanya menunjukkan Presentase area hutan,</p>

		mendeteksi ketiadaan satuan absolut pada tabel.	bukan luas fisik (hektar/km ²)."
SMA C	Salah (Stagnasi Total)	Ketidakmampuan Mengelola Literasi Data. Secara teknis terampil membandingkan angka-angka persentase antarnegara secara runut, namun tetap merumuskan kesimpulan kausalitas yang sepenuhnya keliru. Miskonsepsi SMP terbukti menetap.	<i>C2 (Salah):</i> "Jadi klaim helena bahwa korea Selatan memiliki luas area hutan terbesar dibanding negara lain... didukung oleh data." <i>C3 (Benar/Anomali):</i> "Tidak... padahal di data tersebut memperlihatkan persentase Luas hutan dari daratan negara tersebut."

3.1.3 Kinerja Deduksi Logis Rata-Rata Tertimbang (Konteks *Change and Relationships*)

Soal ketiga menguji domain penalaran deduktif tingkat tinggi dengan mempresentasikan dinamika probabilitas yang kompleks, yakni perubahan kondisi komposisi kelas akibat masuknya siswa baru dan implikasinya terhadap stabilitas rata-rata tinggi badan subkelompok gender maupun rata-rata populasi secara absolut.

Tabel 3. Profil Kinerja dan Tipologi Kesalahan pada Soal 3 (Rata-Rata Tertimbang)

Tingkatan Pendidikan	Kinerja Dominan	Karakteristik Penalaran dan Tipologi Kesalahan	Bukti Empiris (Transkripsi Jawaban Siswa)
SMP A	Salah	Bias Keterwakilan & Lompatan Logika (<i>Overgeneralization</i>). Cenderung mengasumsikan stabilitas mikroskopis (rata-rata subkelompok) otomatis menjamin stabilitas makroskopis (rata-rata agregat kelas), tanpa menyadari adanya prinsip pembobotan proporsi kelas. Penalaran sangat bersifat imajinatif-asosiatif.	<i>A1 (Lemah):</i> "Dapat ditarik karena rata-rata tingginya tidak berubah." <i>A2 (Salah Makroskopis):</i> "Karena setelah diukur ulang tinggi badannya rata-rata tidak ada yang berubah."

SMP B	Salah	Logika Parsial Terstruktur. Mampu menyusun argumen yang logis secara matematis untuk probabilitas parsial individu, namun kebingungan dalam menyatukan variabel secara serentak untuk menjawab kondisi keseluruhan populasi.	<i>B1 (Benar Parsial):</i> "Dapat, karena mungkin saja tinggi siswa tsb adalah 160 cm, dan siswi 150cm sehingga rata-rata tersebut tidak berubah."
SMA C	Terdiferensiasi	Pelebaran Spektrum Pengetahuan. Tidak menunjukkan homogenitas; terbentuk dua polarisasi ekstrem. Polar pertama mampu melakukan penalaran probabilistik <i>weighted average</i> yang presisi. Polar kedua membangun struktur alur silogisme yang rapi dan konsisten secara linguistik, meskipun pijakan hukum statistiknya cacat.	<i>C4 (Benar):</i> "...rata-rata tinggi seluruh siswa akan berubah kecuali rata-rata tinggi badan kedua siswa baru tersebut sama dengan rata-rata tinggi badan seluruh siswa sebelumnya." <i>C2 (Logis tapi Salah):</i> "Karena rata tiap kelompok laki & perempuan tidak berubah... Maka, gabungan keseluruhan rata-rata kelas juga tetap sama."

3.2 Pembahasan Analitis

Data kinerja lintas kelompok dan jenjang pendidikan tersebut membuka serangkaian investigasi yang lebih mendalam mengenai bagaimana siswa Indonesia memproses struktur kognitif pada tingkatan berpikir orde tinggi (HOTS). Analisis berikut ini mengawinkan temuan-temuan aktual dari lembar jawaban siswa Makassar dengan kerangka epistemologi pendidikan matematika global serta berjejaring erat dengan berbagai penelitian terdahulu yang meninjau anatomi kesalahan prosedural, gaya kognitif, serta jebakan miskonsepsi statistika.

3.2.1 Dekonstruksi Arsitektur Kesalahan melalui Modifikasi *Newman Error Analysis*

Kinerja buruk yang terdokumentasi dalam penyelesaian soal literasi matematis PISA setara Level 6 tidak dapat sekadar disimpulkan sebagai ketidakmampuan berhitung atau ketiadaan *Process Skill* yang lazim ditemukan dalam model tes standar konvensional. Pendekatan diagnostik terhadap rekam jejak tertulis siswa dalam penelitian ini diformulasikan bersandar pada modifikasi metode klasifikasi kesalahan *Newman Error Analysis* (NEA). Prosedur teoretis Newman ini mengurai langkah kognitif memecahkan soal cerita (*word problems*) ke dalam lima tahapan hierarkis yang saling bergantung: *Reading* (Membaca), *Comprehension* (Memahami), *Transformation* (Mentransformasikan), *Process Skills* (Keterampilan Memproses), dan *Encoding* (Penulisan Jawaban Akhir) (Illaina *et al.*, 2022).

Penelusuran empiris terhadap jejak jawaban siswa (lihat Tabel 1 hingga Tabel 3) mengonfirmasi kuat hipotesis bahwa defisit utama siswa SMP maupun SMA secara konsisten berlokasi di wilayah prasyarat, yakni *Comprehension* dan *Transformation*. Hal ini mereplika temuan krusial dari Amalia & Hadi (2020) yang memvalidasi bahwa subjek dari berbagai kelompok usia selalu teragap saat dihadapkan pada model PISA tingkat tinggi (Illaina *et al.*, 2022). Sebagai ilustrasi, ketika siswa SMP A merespons Soal 1 mengenai selisih poin basket, argumentasi berbunyi "karena tim tersebut memiliki rata-rata 19 poin" mencerminkan kegagalan fundamental dalam memahami konteks semantik dari teks (*Comprehension Error*). Siswa terjerembab pada ketidakmampuan menerjemahkan kalimat naratif dunia nyata menjadi sekumpulan model probabilitas matematis (*Transformation Error*).

Di tingkat SMA, data menunjukkan kelenturan kognitif yang agak berbeda. Pada Soal 2 mengenai area hutan, analisis prosedural matematis sebagian besar siswa SMA C sebenarnya berjalan mulus; mereka berhasil melakukan pembacaan presisi (*Reading*), dan keterampilan kalkulasi (*Process Skill*) komparasi mereka tepat. Namun demikian, mereka berjatuh secara massal pada tahapan ujung yakni *Encoding Error* (Rohmah & Sutiarso, 2017). Kesalahan penulisan jawaban dan justifikasi konklusi ini tidak berhulu dari kecerobohan notasi, melainkan produk sisa dari disrupsi di fase *Comprehension* awal: mereka membandingkan angka-angka dengan benar, namun mereka membandingkan satuan yang keliru akibat asumsi heuristik naif yang tidak diinterogasi (menyamakan rasio dengan absolut).

3.2.2 Evolusi Skema Tendensi Sentral

Komparasi vertikal antara tingkatan SMP (terutama SMP A) dan SMA C pada penanganan Soal 1 memberikan lensa yang tajam untuk mengamati pematangan pemahaman konseptual matematis yang berangsur-angsur berkembang sejalan dengan trajektori usia. Konsep sentralitas, khususnya nilai rata-rata (mean), secara turun-temurun diajarkan di tingkat sekolah dasar hingga menengah di seluruh dunia melalui indoktrinasi algoritmik simplistik: serangkaian data dijumlahkan lalu diselisihbagi

dengan kuantitas observasi. Pembelajaran model deduktif ini melahirkan apa yang disebut sebagai *procedural fluency* (kefasihan prosedural) tanpa dibarengi oleh *conceptual understanding* (pemahaman konseptual).

Siswa dalam fase ini meyakini bahwa hasil agregasi matematis yang diartikulasikan sebagai rata-rata niscaya merupakan entitas faktual atau anggota yang harus eksis secara jasmaniah di dalam ruang sampel. Konstruksi berpikir ini adalah representasi nyata dari kegagalan proses kognitif membalikkan algoritma untuk memperoleh wawasan mengenai *unknown value* dari sebuah distribusi yang stabil.

Di sisi lain, pergeseran spektakuler yang diamati pada mayoritas siswa SMA C merepresentasikan sebuah pelompatan kognitif dari taksonomi pemahaman mekanistik menuju taksonomi penciptaan. Tindakan afirmatif siswa C1 yang merekayasa sebuah himpunan artifisial ("selisih kemenangan 10, 20, dan 27") demi membuktikan bahwa rata-rata bernilai 19 dapat dibentuk dari titik-titik ekuilibrium asimetris tanpa kehadiran entitas bernilai 19 itu sendiri, adalah wujud tertinggi dari kematangan epistemologi spasial dan numerik. Kapasitas mengonstruksi kondisi tandingan (*counter-factual arguments*) ini merupakan indikator kuat bahwa pemahaman siswa telah bertransformasi dari sekadar penerima prosedur kalkulatif menjadi arsitek simulasi numerik. Perkembangan kognisi sekuensial dari jenjang ke jenjang ini menunjukkan bahwa abstraksi matematis dapat terkristalisasi dan terintegrasi dengan baik ke dalam jaringan penalaran HOTS jika diintervensi oleh pengalaman dan durasi pemaparan akademis yang cukup, meskipun tidak seluruh siswa mengalami transformasi ini dengan kecepatan yang setara.

3.2.3 Disrupsi Kritis dan Stagnasi Akut dalam Domain *Uncertainty and Data*

Berkebalikan secara tragis dengan evolusi komprehensif pada konsep rata-rata, respons subjek lintas jenjang terhadap Soal 2 mengisolasi satu wilayah tergelap dalam peta kognitif siswa Indonesia: ketidakmampuan akut berinteraksi dengan representasi data dan probabilitas. Soal PISA Level 6 yang mendesak para siswa untuk melakukan verifikasi silang terhadap validitas sebuah statemen statistik dengan membedah proporsi nilai relatif (persentase luasan hutan) melawan dimensi nilai absolut (total ruang teritorial geografis) berhasil membuktikan adanya kegagalan mutlak yang membentang mulus tanpa diferensiasi dari bangku SMP hingga SMA di Makassar.

Temuan memprihatinkan ini menempatkan riset ini sejajar dengan lanskap penelitian nasional yang lebih luas, seperti yang disintesis oleh (Sumarni *et al.*, 2023; Turnip *et al.*, 2025), serta tinjauan meta-sintesis oleh Sari *et al* (2024), yang berulang kali meratifikasi bahwa pelajar Indonesia menghadapi rintangan paling terjal justru pada dimensi PISA *Uncertainty and Data*. Kelemahan struktural tidak berasal dari kecacatan kalkulasi kuantitatif, melainkan kemerosotan pada kompetensi penalaran silogistik (*reasoning and argument skills*), merumuskan strategi penemuan solusi dari teks naratif buram (*ill-structured texts*), serta menggunakan operasi simbol teknis (*mathematizing*) dalam menanggapi ambiguitas informasi (Kusumayanti *et al.*, 2023).

Siswa di berbagai tingkatan dalam sampel ini menunjukkan keterikatan buta pada ilusi proporsionalitas (*proportionality bias*). Mereka secara naluriah menyepadankan matriks persentase raksasa dengan kuantitas fisik raksasa, gagal mengevaluasi secara skeptis absennya elemen penyebut (*denominator*) terpenting yang menjadi *missing link* penyelesaian soal, yaitu matriks total daratan. Ini bukanlah kegagalan hitung-menghitung (*computing error*), ini adalah defisit epistemologis pada taksonomi evaluasi (*Evaluating*) dan penyimpulan (*Interpreting*). Fakta mencengangkan bahwa para siswa jenjang pendidikan menengah atas (SMA), yang kurikulumnya secara teknis sarat dengan statistika inferensial dan kalkulus elementer, tetap terjatuh pada lubang jebakan penalaran serupa dengan siswa kelas menengah pertama (SMP), menyingkapkan indikasi kelemahan sistemik pedagogis nasional. Institusi persekolahan mengajarkan mekanika cara mengekstraksi data mentah (*employing mathematical tools*), namun secara sistemik gagal mendidik kognisi peserta didik untuk menggugat kredibilitas, konteks, asimetri, dan limitasi parameter dari data statistik itu sendiri. Ketiadaan insting interogatif dalam membaca data numerik merugikan keterampilan paling esensial dalam navigasi modern: kemampuan mendeteksi bias statistik dan kepalsuan informasi (*critical data literacy*).

3.2.4 Transposisi Teori Fosilisasi Linguistik: Menelisik Kekebalan Miskonsepsi Lintas Usia

Aspek sentral paling inovatif dan esensial dari komparasi transversal antarjenjang ini adalah bukti empiris beroperasinya fenomena yang didefinisikan sebagai "Fosilisasi Miskonsepsi" dalam arsitektur kognitif matematika. Konseptualisasi fosilisasi (*fossilization*) secara orisinal diintroduksi oleh Selinker pada dekade 1970-an dalam khazanah Linguistik Terapan dan Penguasaan Bahasa Kedua (*Second Language Acquisition / SLA*). Dalam tradisi penelitian SLA, para pakar seperti Han (2004) dan Lardiere mendefinisikan fosilisasi sebagai fase stagnasi permanen di mana bentuk linguistik atau perilaku komunikasi yang menyimpang dari standar ideal (*interlanguage deviations*) meresap dan membeku dalam struktur memori pembelajar. Deviasi afirmatif ini menjadi sedemikian mapan akibat pengulangan (*habituation*) sehingga menjadi kebal, persisten, dan menolak intervensi perbaikan lebih lanjut.

Penelitian ini dengan kokoh menyajikan postulat bahwa mekanisme resistensi deviasi yang linear terjadi pada proses asimilasi konsep matematis. Siswa menyusun *naive theories* (teori-teori naif) dari penyederhanaan instruksi kognitif parsial saat mereka berada di fase pendidikan paling dini (Quinio & Cuarto, 2023). Manakala teori naif semacam representasi rasio yang langsung berkonversi ke nilai numerik solid, atau fiksasi literal terhadap probabilitas tendensi sentral, tidak pernah dibongkar melalui benturan disonansi kognitif secara sengaja oleh pendidik, ia akan mengkristal menjadi fondasi ilusi. Dalam penelitian ini, manifestasi fosilisasi dapat diamati secara terang benderang melalui eksistensi sebagian siswa tingkat atas SMA yang masih melafalkan justifikasi kaku ala SMP bahwa "rata-rata 19 sama dengan 19" pada Soal 1, meskipun proporsi ini menyusut.

Fosilisasi yang lebih paripurna dan masif dapat disaksikan melalui kegagalan universal pada domain *Uncertainty and Data* (Soal 2), di mana siswa di seluruh jenjang mempertahankan miskonsepsi evaluatif persentase secara seragam. Menetapnya kekeliruan struktural ini mencerminkan ketidaktahuan atas titik pangkal kesalahan sistematis. Hierarki kurikulum matematika dirancang dengan asumsi bahwa kompetensi dasar telah terengkuh dengan kokoh saat murid dipromosikan ke tingkat yang lebih tinggi. Konsekuensinya, pendidik di jenjang SMA absen melakukan recalibrasi atau identifikasi prasyarat diagnostik terhadap kesalahan intuitif (Quinio & Cuarto, 2023). Pada akhirnya, ekosistem pembelajaran SMA yang berorientasi pada penyelesaian tenggat materi ujian hanya sibuk menumpuk prosedur kerumitan komputasi artifisial di atas retakan konstruksi konseptual masa lalu yang cacat dan belum pernah diremediasi.

3.2.5 Bias Keterwakilan, Rata-Rata Tertimbang, dan Diferensiasi Gaya Kognitif

Analisis penutup pada Soal 3 di ranah *Change and Relationships* memperlebar diskusi dengan menghadirkan dilema probabilitas deterministik di mana siswa harus menimbang parameter yang saling bersilangan. Pengevaluasian deduksi tentang kestabilan angka populasi makro (kelas gabungan) akibat masuknya subjek eksternal, yang berhadapan dengan asumsi kestabilan angka populasi mikro (jenis kelamin individu), membongkar kerumitan penalaran konseptual terhadap rata-rata tertimbang (*weighted average*). Kesalahan penguasaan model *weighted average* dan konsep varians bukan hanya hal yang secara ekstensif dilaporkan bermasalah pada kelompok sekolah dasar, melainkan juga membelit pembelajar tingkat akhir hingga prasyarat universitas.

Karakteristik dominan dari penelusuran tanggapan di kalangan siswa institusi menengah pertama (SMP A dan SMP B) adalah penyandaran absolut pada jebakan logika lompatan (*logical leaps*) atau *representativeness heuristic bias* (bias keterwakilan). Siswa mereduksi dinamika kompleksitas sistem dengan penyederhanaan yang merusak secara rasional. Siswa, seperti yang diperlihatkan oleh jawaban A2, berhalusinasi dengan mendalilkan bahwa stabilitas atomik (*sub-groups*) merupakan penjamin mutlak ekuilibrium asimtotik populasi komprehensifnya. Mereka luput sama sekali mengidentifikasi hukum fundamental pembobotan rata-rata, bahwa rata-rata gabungan terikat pada rasio demografis asal sebelum intervensi nilai baru dimasukkan. Penalaran yang mereka pakai amat asosiatif, lebih bertumpu pada keyakinan naluriah alih-alih pelacakan jejak derivasi matematis.

Di lain pihak, penguraian jejak penalaran di level SMA menunjukkan fenomena pembelahan kapabilitas arsitektur berpikir atau perluasan spektrum kognitif. Kelas sampel tidak berkumpul menjadi kerumunan yang sama kelirunya. Justru, SMA memunculkan diferensiasi gaya kognitif yang memecah para peserta didik ke dalam polar yang bertolak belakang. Merujuk pada kajian Sari *et al* (2024), hal ini memperlihatkan interaksi antara gaya berpikir sistematis dan intuitif. Kelompok berkinerja tinggi merupakan manifestasi profil individu beregulasi diri tinggi (*high self-*

regulation), mampu mengisolasi probabilitas konklusif dan menelaah ambiguitas kondisi stabilitas komposit.

Sebaliknya, pada klaster responden jenjang SMA yang berkinerja lebih moderat, intervensi proses pematangan biologis kognitif terlihat memengaruhi cara mereka membangun kesalahan. Jika penalaran sesat siswa SMP diartikulasikan dengan kaidah acak tak beralasan, argumentasi sesat siswa SMA seperti "*Karena rata tiap kelompok laki & perempuan tidak berubah... Maka, gabungan keseluruhan rata-rata kelas juga tetap sama*" menampilkan struktur alur nalar deduktif internal yang sangat disiplin dan terkoordinasi secara gramatikal. Silogisme yang diproduksi logis namun sayangnya berakar pada fundamen kebenaran statistik yang over-generalis. Munculnya diferensiasi kedalaman alur inferensial di ruang lingkup pendidikan SMA memberikan sinyal afirmatif bahwa penalaran formal sesungguhnya berevolusi seiring jenjang. Meskipun demikian, evolusi ini mempertegas fakta bahwa metode transmisi pembelajaran "pukul rata" konvensional (*one-size-fits-all*) makin tidak relevan dalam merespons melebarnya kesenjangan daya retensi analitik dalam satu ekologi ruang kelas yang sama.

3.2.6 Variabel Intervening

Tinjauan kausalitas terhadap masifnya angka miskonsepsi dan rendahnya kemampuan memecahkan PISA Level 6 tidak dapat diekstraksi dari ruang hampa; ia menuntut pemeriksaan terhadap *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) dan lingkungan instruksional. Telaah sistematis atas penelitian-penelitian di berbagai provinsi di Indonesia mempertegas bahwa kegagalan matematis merupakan produk akumulasi dari pengekanan kultur akademik. Rendahnya literasi sains dan matematika berakar pada habituasi akuisisi pengetahuan yang diajarkan dalam representasi abstrak-simbolis semata, mencabut matematika dari akar kehidupan pragmatis sehari-hari para siswa.

Ruang sekolah tradisional mengisolasi materi pembelajaran sebagai instruksi menghafal formula ketimbang arena uji coba *Problem Based Learning* (PBL). Padahal, penerapan model instruksional inovatif seperti desain didaktis yang membenturkan masalah non-rutin atau strategi PBL berbasis kultur lokal (etnomatematika) telah divalidasi dapat mendegradasi hambatan epistemologis secara masif dan merekonstruksi kemampuan berpikir merdeka pada peserta didik. Ketiadaan asimilasi pedagogis semacam itulah yang kemudian melanggengkan kekebalan miskonsepsi di bangku sekolah di Kota Makassar dan penjuru nasional lainnya. Selama instrumen penilaian sumatif di kurikulum tetap memanjakan siswa dengan variabel soal eksplisit tanpa paksaan untuk membongkar teka-teki ruang sela *missing information*, stagnasi numerasi analitik akan terus mereproduksi diri melintasi fase regenerasi.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis tes tertulis yang mendalam, dapat disimpulkan bahwa:

1. Disparitas Konseptual: Terdapat perbedaan signifikan pada profil kesalahan konsep bilangan (*Quantity*) antara siswa SMP dan SMA. Siswa SMA memiliki

pemahaman konseptual yang lebih baik dan mampu melakukan pembuktian matematis, sedangkan siswa SMP masih terikat pada pemahaman literal.

2. Stagnasi Literasi Data: Terjadi stagnasi kemampuan literasi data (*Uncertainty and Data*) yang serius. Kesalahan interpretasi nilai relatif vs absolut mendominasi kedua jenjang, menandakan tidak adanya intervensi kurikulum yang efektif pada aspek ini di sekolah menengah.
3. Dominasi Kesalahan Newman: Profil kesalahan didominasi oleh *Comprehension Error* (salah memahami konteks soal) dan *Transformation Error* (gagal memodelkan soal), yang mengindikasikan lemahnya kemampuan siswa dalam menerjemahkan konteks dunia nyata ke dalam model matematika.

5. REKOMENDASI

Penelitian ini merekomendasikan perlunya reformasi mikro dalam pembelajaran matematika:

1. Penguatan Literasi Data Kritis: Guru di semua jenjang harus melatih siswa membedakan berbagai jenis data (rasio, persentase, nominal) dan mendeteksi bias dalam penyajian data.
2. Pembiasaan Soal Non-Rutin: Diperlukan lebih banyak paparan terhadap soal-soal tipe PISA yang menuntut pembuktian (*reasoning*) daripada sekadar kalkulasi, khususnya di jenjang SMP untuk mencegah fosilisasi kesalahan.
3. Metode Think-Aloud: Untuk penelitian selanjutnya, disarankan menggunakan metode *think-aloud* untuk menggali lebih dalam proses metakognitif yang terjadi saat siswa melakukan kesalahan.

6. REFERENSI

- Amalia, D., & Hadi, W. (2020). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Hots Berdasarkan Kemampuan Penalaran Matematis. *Transformasi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 4(1), 219–236.
- Darmastuti, L., Meiliasari, & Rahayu, W. (2024). Kemampuan Literasi Numerasi: Materi, Kondisi Siswa, dan Pendekatan Pembelajarannya. *JRPMS (Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah)*, 8, 17–26.
- Deng, Z., & Gopinathan, S. (2016). PISA and High Performing Education Systems: Explaining Singapore's Education Success. *Comparative Education*, 52. <https://doi.org/10.1080/03050068.2016.1219535>
- Dewi, Y. M., Purnomo, E. A., & Sulistyarningsih, D. (2025). Studi Literatur Review : Analisis Kemampuan Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal PISA di Tinjau Dari Gaya Kognitif Field Dependent dan Field Independent. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 09, 788–799.
- Illaina, R., Putri, S., Hastari, R. C., & Matematika, P. (2022). Analysis of Student Errors in Solving HOTS-Type Sequence and Series Problems Based on Newman Error Analysis. *Journal of Mathematics Education*, 8(2), 143–152.
- Kappassova, S., Abylkassymova, A., Bulut, U., Zykrina, S., Zhumagulova, Z., & Balta, N. (2025). Mathematical literacy and its influencing factors : A decade of research findings (2015-2024). *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(7).

- Kusumayanti, A., Rahmi, N., Hairunnisa, S., & Amalya, R. P. (2023). Analysis of Students' Learning Obstacles on PISA-based Uncertainty and Data Content Analysis Learning Obstacles Peserta Didik pada Konten Materi Uncertainty and Data Content Berbasis PISA. *Alauddin Journal of Mathematics Education*, 5(2), 181–201.
- Meryansumayeka, M., Indra Putri, R., Zulkardi, Z., & Hiltrimartin, C. (2020). Secondary Students' Higher-Order Thinking Skills in Solving PISA- Like Mathematical Tasks. *Journal of Physics: Conference Series*, 1480, 12034. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012034>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: an Expanded Sourcebook*. SAGE Publications Inc.
- Muhaimin, L. H., Sholikhakh, R., Yulianti, S., Ardani, A., Hendriyanto, A., & Sahara, S. (2024). Unlocking The Secrets of Students' Mathematical Literacy to Solve Mathematical Problems: A Systematic Literature Review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20, em2428. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14404>
- OECD. (2023a). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*.
- OECD. (2023b). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education: Vol. I*.
- Quinio, K. A., & Cuarto, P. M. (2023). Mathematical Misconceptions of Senior High School Students : Implications to Mathematics Curriculum. *JPAIR Institutional Research*, 21, 43–65.
- Rohmah, M., & Sutiarto, S. (2017). Analysis Problem Solving in Mathematical Using Theory Newman. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(2), 671–681. <https://doi.org/10.12973/ejmste/80630>
- Sari, S. A., Maharani, R., & Il, S. V. B. (2024). Development of The PISA-Like Mathematical Literacy Test Based On. *Absis: Mathematics Education Journal*, 6(2), 52–64.
- Selan, M., Daniel, F., & Babys, U. (2020). Analisis Kemampuan Literasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Pisa Konten Change and Relationship. *AKSIOMA: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 11, 335–344. <https://doi.org/10.26877/aks.v11i2.6256>
- Suhengrin, Sukestiyarno, Y. L., & Masduki, L. R. (2024). Analisis Kemampuan Literasi Matematika Berbasis HOTS Ditinjau dari Kemandirian Belajar pada Pembelajaran PBL Berbantuan E-Modul. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 08(43), 2279–2293.
- Sumarni, Adiastuty, N., Riyadi, M., Nisa, D. K., Restu, A. M., & Lestari, I. T. (2023). Analisis Kemampuan Literasi Matematika Siswa SMP dalam Mengerjakan Soal Pisa Uncertainty and Data Content. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(1), 725–738.
- Turnip, M. D., Pasaribu, F. T., & Nusantara, D. S. (2025). Exploration of students' errors in solving PISA problems on the uncertainty and data content. *Eureka: Journal of Educational Research*, 4(1), 85–93. <https://doi.org/10.56773/ejer.v4i1.93>
- Udil, P. A., Dasari, D., & Nurlaelah, E. (2025). Pedagogical Interventions for Enhancing Students' Mathematical Literacy : A Systematic Literature Review. *Pedagogika / Pedagogy*, 158(2), 29–59.