



## Analisis Numerik Model Predator-Mangsa dengan Transmisi Penyakit yang Bergantung pada Suhu

Muhammad Farhan Bunayya, Arrival Rince Putri\*, Muhafzan

*Departemen Matematika dan Sains Data, FMIPA, Universitas Andalas, Padang*

arrival@sci.unand.ac.id

### Abstract

This research aims to formulate and analyze a four-dimensional non-linear mathematical predator-prey model that integrates the impacts of environmental temperature variation on prey growth, horizontal disease transmission of mass-action type, and quarantine actions on infected prey. The research method used is pure analytical research to determine equilibrium points, supported by numerical simulations using the fourth-order Runge-Kutta method. The results identify four biological equilibrium points: disease-free without predator, disease-free with predator, endemic without predator, and endemic with predator. Numerical simulations show that a linear temperature rise up to an extreme of 35°C drastically reduces prey growth rate, lowering prey density below the transmission threshold and naturally eliminating the pathogen, but triggering predator extinction due to the loss of food supply. In conclusion, quarantine actions act as an effective functional refuge in maintaining predator survival, indicating that conservation policies must integrate population health management and global warming mitigation.

**Keywords:** predator-prey model; eco-epidemiology; climate change; quarantine; numerical simulation

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memformulasikan dan menganalisis model matematika predator-mangsa tipe non-linear empat dimensi yang mengintegrasikan dampak variasi suhu lingkungan pada pertumbuhan mangsa, transmisi penyakit horizontal tipe mass-action, dan tindakan karantina terhadap mangsa terinfeksi. Metode penelitian yang digunakan adalah kajian murni secara analitis untuk menentukan titik kesetimbangan, didukung oleh simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat. Hasil penelitian mengidentifikasi empat titik kesetimbangan biologis: kesetimbangan bebas penyakit tanpa predator, bebas penyakit dengan predator, endemik tanpa predator, dan endemik dengan predator. Simulasi numerik menunjukkan bahwa peningkatan suhu linier hingga suhu ekstrem 35 °C menurunkan laju pertumbuhan mangsa secara drastis, menurunkan kepadatan populasi mangsa di bawah ambang batas penularan, dan mengeliminasi patogen secara alami, namun memicu kepunahan predator akibat hilangnya pasokan makanan. Kesimpulan penelitian menegaskan bahwa tindakan karantina berfungsi sebagai pelindung fungsional yang efektif dalam menjaga kelangsungan hidup predator, sehingga kebijakan konservasi harus mengintegrasikan pengelolaan kesehatan populasi dan mitigasi pemanasan global.

**Kata Kunci:** model predator-mangsa; eko-epidemiologi; perubahan iklim; karantina; simulasi numerik

## 1. PENDAHULUAN

Interaksi predator-mangsa memiliki peran yang sangat fundamental dalam menjaga keseimbangan komunitas ekologi, di mana predator berfungsi sebagai pengontrol populasi mangsa, sementara mangsa menyediakan sumber energi vital bagi kelangsungan hidup predator. Pemodelan matematika sistem interaksi populasi ini pertama kali diformulasikan secara sistematis melalui model Lotka-Volterra pada pertengahan tahun 1920-an oleh Alfred J. Lotka dan Vito Volterra. Model klasik tersebut menjadi fondasi utama dalam ekologi teoretis yang menjelaskan dinamika fluktuasi populasi berdasarkan asumsi pertumbuhan eksponensial mangsa dan laju predasi linier. Namun, dalam kondisi riil di alam, stabilitas ekosistem ini terus-menerus terancam oleh berbagai tekanan eksternal, baik yang bersifat biologis maupun lingkungan (Boyce dkk., 2017; Nasra dkk., 2022).

Salah satu tekanan biologis paling signifikan adalah masuknya penyakit menular ke dalam interaksi populasi. Keberadaan patogen dapat mengubah hasil interaksi secara drastis, seperti menurunkan tingkat kelangsungan hidup mangsa dan mengubah efisiensi predasi predator. Kajian dalam bidang eko-epidemiologi telah membuktikan bahwa penyakit dapat memicu ketidakstabilan sistem, menyebabkan fluktuasi populasi yang ekstrem, atau bahkan berujung pada kepunahan massal. Beberapa penelitian terdahulu telah mencoba mengintegrasikan infeksi pada mangsa dengan kontrol optimal dan pemanenan, analisis kestabilan sistem dengan migrasi, hingga interaksi predator-mangsa dengan struktur usia. Selain itu, tindakan karantina pada populasi mangsa terbukti menjadi mekanisme isolasi yang efektif untuk meredam penyebaran penyakit di dalam komunitas (Wayesa dkk., 2024).

Di samping ancaman penyakit, perubahan iklim global dengan variasi suhu sebagai indikator utama merupakan tantangan lingkungan paling kritis saat ini. Suhu tidak lagi dapat diasumsikan sebagai parameter konstan dalam model ekologi, melainkan variabel dinamis yang mengontrol laju metabolisme, reproduksi, dan mortalitas organisme, khususnya hewan berdarah dingin (ektoterm). Meningkatnya suhu global memicu perubahan fisiologis yang signifikan, seperti penurunan ukuran tubuh rata-rata individu dan pergeseran kekuatan interaksi trofik. Beberapa pemodelan terbaru mulai memasukkan variabilitas suhu pada area perlindungan mangsa (prey refuge) untuk melihat dampaknya terhadap kelangsungan ekosistem (Lahay dkk., 2022).

Pentingnya penerapan pemodelan matematika menggunakan sistem persamaan diferensial untuk memecahkan fenomena populasi riil telah banyak ditekankan dalam berbagai kajian ilmiah. Namun, sebagian besar studi eko-epidemiologi klasik berasumsi bahwa parameter penyebaran penyakit dan pertumbuhan populasi bersifat konstan,

sehingga mengabaikan fakta bahwa fluktuasi suhu dapat memengaruhi laju reproduksi inang dan masa inkubasi patogen. Sebaliknya, model biologi termal sering kali mengabaikan dinamika infeksi penyakit di dalam ekosistem. Kesenjangan dalam literatur inilah yang mendasari dilakukannya penelitian ini.

Kebaruan dari studi ini terletak pada formulasi model matematika predator-mangsa tipe non-linear empat dimensi yang mengintegrasikan secara simultan dampak variasi suhu lingkungan pada pertumbuhan mangsa, transmisi penyakit horizontal tipe mass-action, dan tindakan isolasi karantina terhadap mangsa terinfeksi. Berbeda dari model konvensional, laju pertumbuhan mangsa rentan dalam model ini dikonstruksikan sebagai fungsi yang bergantung pada suhu lingkungan secara eksplisit, sementara kompartemen karantina dirancang untuk bertindak sebagai perlindungan fungsional dari tekanan predasi. Melalui pendekatan kuantitatif ini, penelitian ini memberikan analisis kestabilan analitis yang komprehensif serta simulasi numerik mendalam menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat, guna mengungkap bagaimana pemanasan global memengaruhi ketahanan ekosistem yang terinfeksi patogen.

## **2. METODE PENELITIAN**

### **2.1 Tahapan Penelitian**

Penelitian ini dirancang menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif berbasis pemodelan matematika dan simulasi komputasi. Prosedur pelaksanaan penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan terstruktur yang dimulai dari perumusan asumsi biologi, konstruksi sistem persamaan diferensial non-linear, penentuan titik kesetimbangan analitis, hingga uji simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat. Tahapan penelitian mencakup sebagai berikut:

1. Studi Literatur & Perumusan Asumsi Biologi: Mengkaji teori interaksi predator-mangsa, eko-epidemiologi, dampak perubahan suhu pada ektoterm, dan efektivitas karantina.
2. Konstruksi Model Matematika: Menyusun sistem persamaan diferensial non-linear empat dimensi berdasarkan kompartemen populasi yang berinteraksi.
3. Analisis Titik Kesetimbangan: Menentukan titik kesetimbangan analitis.
4. Simulasi Numerik: Mengimplementasikan model menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat di dalam lingkungan komputasi Python untuk memvisualisasikan trajektori populasi dari waktu ke waktu.
5. Pembahasan & Implikasi Ekologis: Menginterpretasikan grafik simulasi, menganalisis hubungan dengan konsep biologi termal, serta merumuskan saran kebijakan konservasi.

Secara umum, tempat atau latar lingkungan yang disimulasikan dalam penelitian ini dirancang untuk merepresentasikan karakteristik ekosistem tropis hangat, yang relevan dengan kondisi klimatologi di wilayah Indonesia. Karakteristik iklim tropis ini

disimulasikan dengan rentang suhu operasional harian dan musiman antara 15 °C hingga 35 °C.

## 2.2 Konstruksi Model Matematika

Penelitian ini mengusulkan sebuah kerangka kerja teoritis dengan merumuskan model matematika melalui sistem persamaan diferensial non-linear. Model ini memiliki empat populasi yang berbeda: mangsa rentan  $S(t)$ , mangsa terinfeksi  $I(t)$ , mangsa yang dikarantina  $Q(t)$ , dan predator  $P(t)$ . Untuk memperhitungkan perubahan iklim, parameter seperti laju pertumbuhan mangsa diperlakukan sebagai fungsi yang bergantung pada suhu. Selain itu, populasi mangsa diasumsikan tumbuh secara logistik, dengan kapasitas ekspansinya dipengaruhi oleh kondisi iklim yang bervariasi. Sistem persamaan tersebut diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= r(T)S \left(1 - \frac{S + I + Q}{K}\right) - \beta SI - \alpha SP, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \mu I - \gamma I - \theta IP, \\ \frac{dQ}{dt} &= \gamma I - \mu Q, \\ \frac{dP}{dt} &= \eta IP + \xi SP - \mu P,\end{aligned}$$

di mana  $r(T)$  adalah laju pertumbuhan mangsa rentan yang bergantung pada suhu,  $K$  adalah kapasitas daya dukung lingkungan,  $\beta$  adalah laju transmisi antara populasi rentan dan terinfeksi,  $\alpha$  adalah laju predasi terhadap mangsa rentan,  $\theta$  adalah laju predasi terhadap mangsa terinfeksi,  $\gamma$  adalah laju transisi dari kelompok terinfeksi ke kelompok karantina,  $\mu$  adalah laju kematian alami,  $\eta$  adalah laju pertumbuhan predator dari mengonsumsi mangsa terinfeksi, dan  $\xi$  adalah laju pertumbuhan predator dari mengonsumsi mangsa rentan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Titik Keseimbangan

**Keseimbangan Bebas Penyakit tanpa Predator** merepresentasikan suatu keadaan di mana hanya terdapat populasi mangsa rentan, sementara populasi lainnya telah punah, yang mana titik keseimbangan bebas penyakit tanpa predator ini dinyatakan sebagai:

$$E_1 = (K, 0, 0, 0)$$

**Keseimbangan Bebas Penyakit dengan Predator** merepresentasikan suatu keadaan di mana penyakit telah menghilang, dan hanya populasi mangsa rentan serta

predator yang tersisa, yang mana titik kesetimbangan bebas penyakit dengan predator ini dinyatakan sebagai:

$$E_2 = \left( \frac{\mu}{\xi}, 0, 0, \frac{r(T)}{\alpha} \left( 1 - \frac{\mu}{\xi K} \right) \right)$$

**Kesetimbangan Endemik tanpa Predator** merepresentasikan suatu keadaan di mana tidak ada predator tetapi populasi mangsa tetap bertahan, yang mana titik kesetimbangan endemik tanpa predator ini dinyatakan sebagai:

$$E_3 = \left( \frac{\mu + \gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma I}{\mu}, 0 \right)$$

dengan

$$I = \frac{r(T) - \frac{r(T)}{K} \cdot \frac{\mu + \gamma}{\beta}}{\frac{r(T)}{K} + \frac{r(T)\gamma}{K\mu} + \beta}$$

**Kesetimbangan Endemik dengan Predator** merepresentasikan suatu kondisi di mana semua populasi dalam sistem hidup berdampingan, yang mana titik kesetimbangan endemik dengan predator ini dinyatakan sebagai:

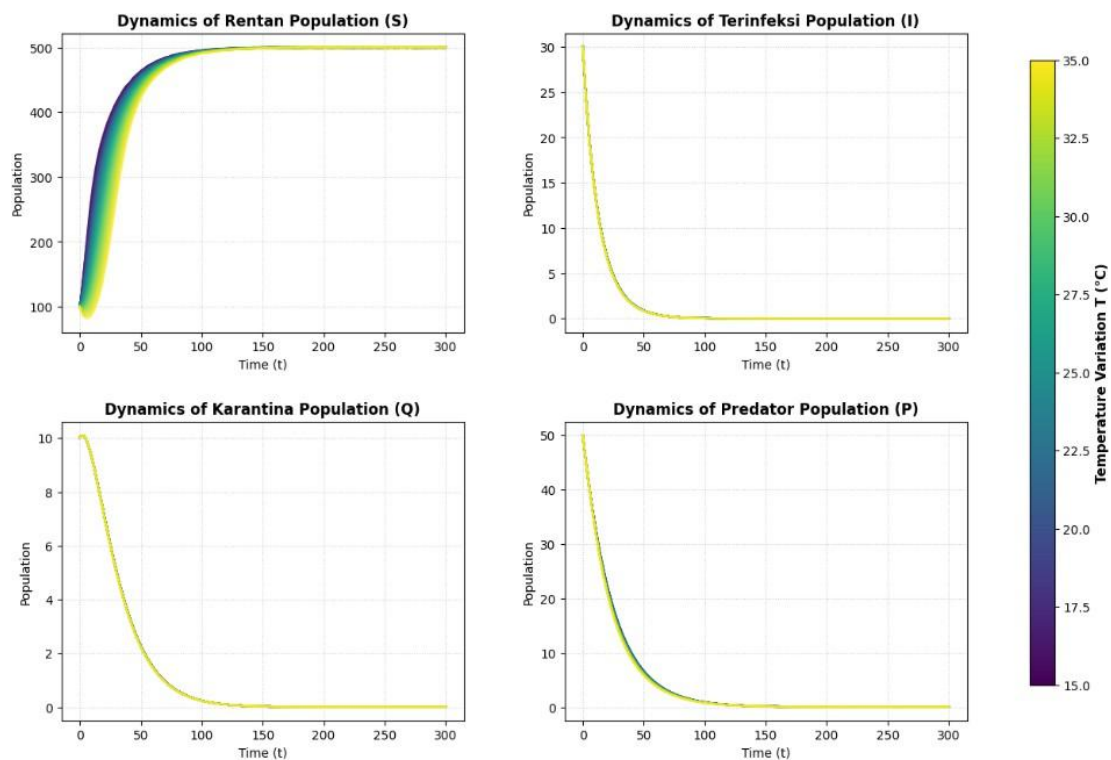
$$E_4 = \left( \frac{\mu - \eta I^*}{\xi}, I^*, \frac{\gamma}{\mu} I^*, \frac{\beta \left( \frac{\mu - \eta I^*}{\xi} \right) - (\mu + \gamma)}{\theta} \right).$$

dengan

$$I^* = \frac{\frac{r(T)\mu}{K\xi} - r(T) + \frac{\alpha}{\theta} \left( \beta \frac{\mu}{\xi} - (\mu + \gamma) \right)}{\frac{r(T)}{K} \left( \frac{\eta}{\xi} - 1 - \frac{\gamma}{\mu} \right) + \beta \left( \frac{\alpha\eta}{\theta\xi} - 1 \right)}$$

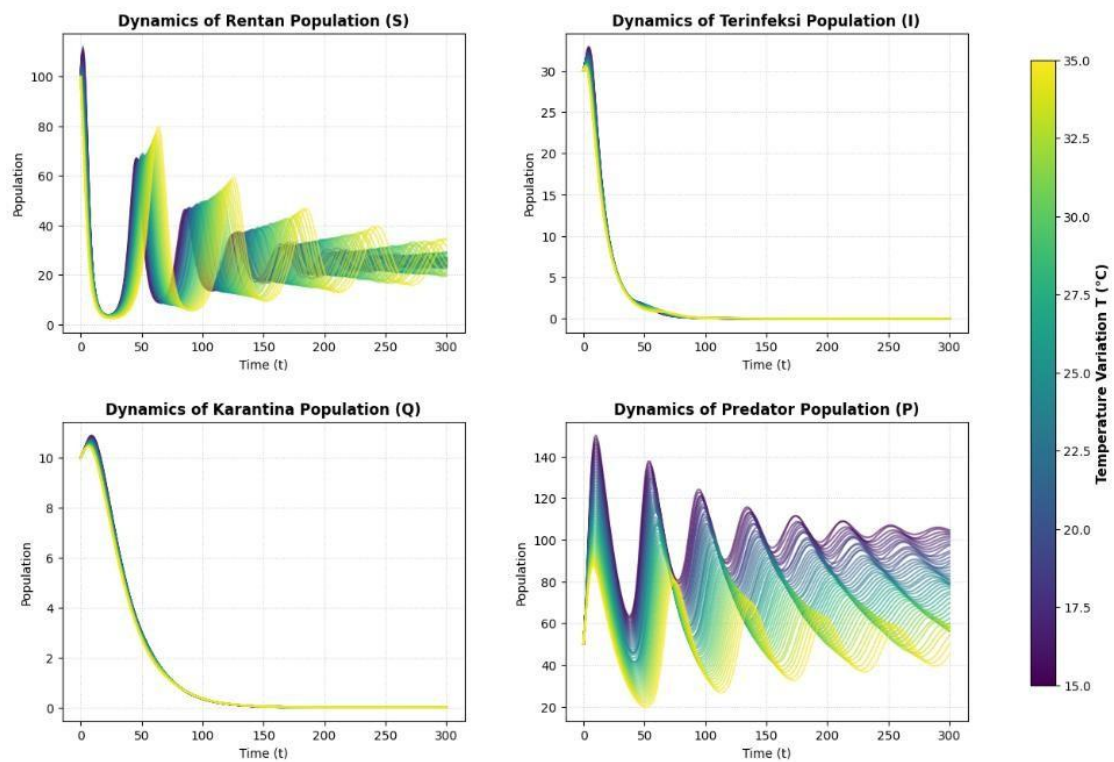
### 3.2 Simulasi Numerik

Dalam bagian ini, sebuah simulasi numerik akan dilakukan untuk melihat dinamika sistem di sekitar titik-titik kesetimbangan  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , dan  $E_4$ . Untuk menangkap dampak iklim pada sistem penyakit predator-mangsa, rentang suhu dari 15°C sampai 35°C dipilih untuk merepresentasikan lingkungan tropis di mana mangsa dan predator hidup berdampingan. Fungsi suhu yang diterapkan adalah  $r(T) = 0,725 - 0,015T$ . Simulasi numerik ini diimplementasikan menggunakan metode Runge-Kutta orde keempat di dalam lingkungan Python 3.8.

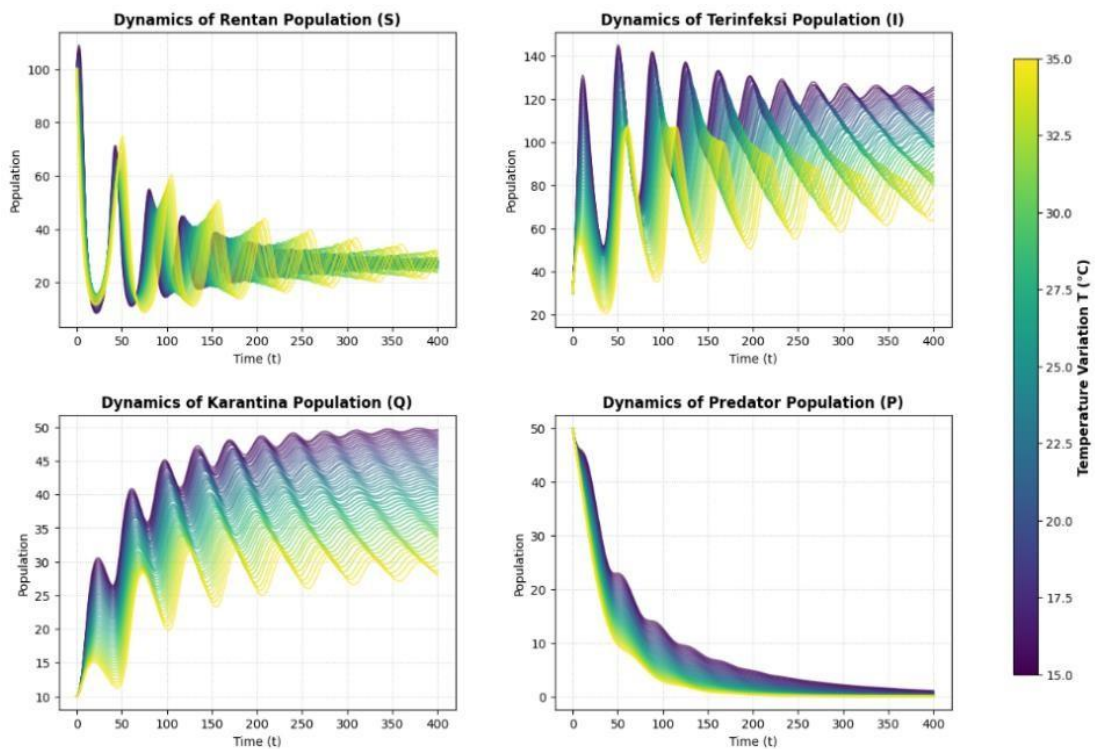


**Gambar 1.** Simulasi Numerik untuk Titik Keseimbangan  $E_1$

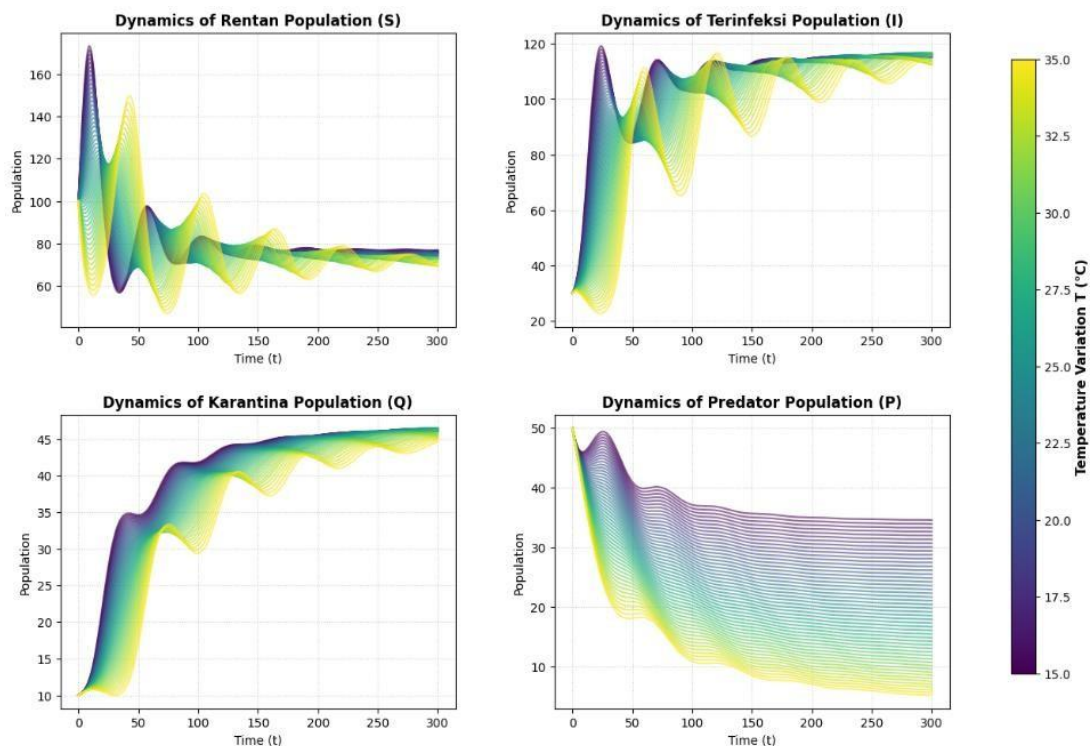
Pada **Gambar 1**, nilai nilai parameter yang digunakan adalah  $K = 500$ ,  $\beta = 0,00001$ ,  $\alpha = 0,005$ ,  $\theta = 0,0002$ ,  $\gamma = 0,02$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\eta = 0,0003$ , dan  $\xi = 0,00002$ . Hasil-hasil numerik menunjukkan bahwa sistem memusat (converges) menuju titik kesetimbangan  $E_1$ , di mana populasi rentan (S) mencapai kapasitas daya dukungnya sementara populasi terinfeksi (I), karantina (Q), dan predator (P) pada akhirnya menurun menuju kepunahan.



**Gambar 2.** Simulasi Numerik untuk Titik Kestimbangan  $E_2$



**Gambar 3.** Simulasi Numerik untuk Titik Kestimbangan  $E_3$



**Gambar 4.** Simulasi Numerik untuk Titik Keseimbangan  $E_4$

Pada **Gambar 2**, nilai nilai parameter yang digunakan adalah  $K = 500$ ,  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,005$ ,  $\theta = 0,0002$ ,  $\gamma = 0,02$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\eta = 0,0003$ , dan  $\xi = 0,002$ . Hasil-hasil numerik menunjukkan bahwa sistem menunjukkan perilaku osilasi saat mendekati titik kesetimbangan  $E_2$ , di mana populasi rentan (S) dan predator (P) tetap bertahan dengan dinamika yang berfluktuasi. Sementara itu, populasi terinfeksi (I) dan karantina (Q) secara konsisten menurun dan mendekati nol, menunjukkan akhir dari pemberantasan penyakit di bawah parameter-parameter ini.

Pada **Gambar 3**, nilai nilai parameter yang digunakan adalah  $K = 500$ ,  $\beta = 0,0026$ ,  $\alpha = 0,005$ ,  $\theta = 0,0002$ ,  $\gamma = 0,02$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\eta = 0,0003$ , dan  $\xi = 0,0002$ . Hasil-hasil numerik menunjukkan bahwa sistem menstabilkan diri menuju titik kesetimbangan  $E_3$ , di mana populasi rentan (S), terinfeksi (I), dan karantina (Q) hidup berdampingan dalam keadaan berosilasi, sementara populasi predator (P) secara bertahap menurun menuju kepunahan.

Pada **Gambar 4**, nilai nilai parameter yang digunakan adalah  $K = 500$ ,  $\beta = 0,001$ ,  $\alpha = 0,005$ ,  $\theta = 0,0002$ ,  $\gamma = 0,02$ ,  $\mu = 0,05$ ,  $\eta = 0,0003$ , dan  $\xi = 0,0002$ . Hasil-hasil numerik menunjukkan bahwa sistem memusat (converges) menuju titik kesetimbangan  $E_4$ , di mana keempat populasi rentan (S), terinfeksi (I), karantina (Q), dan predator (P) hidup berdampingan, menunjukkan suatu keadaan stabil di mana penyakit tetap menjadi endemik sementara hubungan predator-mangsa tetap bertahan.

Dinamika penularan penyakit dalam ekosistem sangat bergantung pada ambang batas populasi inang rentan, yang secara teoritis dikenal sebagai Angka Reproduksi Dasar ( $R_0$ ). Jika populasi mangsa rentan berada di bawah ambang batas kritis, patogen tidak dapat menyebar dan akan punah dengan sendirinya. Dalam model ini, ambang batas tersebut sangat dipengaruhi oleh laju pertumbuhan intrinsik mangsa yang bergantung pada suhu,  $r(T)$ .

Ketika suhu lingkungan meningkat dari 15 °C hingga mencapai suhu ekstrem 35 °C, nilai laju pertumbuhan mangsa menyusut dari  $r(15) = 0,50$  menjadi hanya  $r(35) = 0,20$ . Penurunan drastis laju reproduksi ini secara langsung menekan kepadatan populasi mangsa secara keseluruhan. Akibatnya, kepadatan mangsa rentan merosot di bawah ambang batas transmisi patogen. Hal ini menjelaskan mengapa pada suhu ekstrem 35 °C, penyakit menular terbukti tereliminasi secara alami dari sistem. Fenomena ini mendukung konsep dasar biologi termal bahwa cekaman suhu dapat bertindak sebagai penekan epidemi alami dalam populasi satwa liar.

Selain itu, dinamika karantina ( $Q$ ) dalam model ini bertindak sebagai mekanisme perlindungan fungsional. Mangsa yang dikarantina diasumsikan tidak mengalami kontak dengan predator, yang secara matematis mirip dengan konsep *prey refuge* konstan atau proporsional. Keberadaan *refuge* fungsional ini terbukti secara teoritis mencegah fluktuasi populasi yang ekstrem dan menstabilkan sistem trofik, mencegah kepunahan predator akibat fenomena *over-exploitation* terhadap mangsa.

Hasil penelitian ini memperkuat temuan Wayesa dkk. (2024) dan Eskuche-Keith dkk. (2024) yang menyatakan bahwa variabilitas suhu memegang peran kunci dalam mengubah struktur interaksi predator-mangsa. Peran stabilisasi dari kompartemen karantina dalam model ini juga konsisten dengan hasil kajian Lahay dkk. (2022) serta model kolera terisolasi oleh Nuha dkk. (2025). Namun, hasil penelitian ini menunjukkan pertentangan dengan beberapa model epidemiologi klasik yang mengabaikan biologi termal. Model-model klasik tersebut sering kali berasumsi bahwa suhu yang lebih hangat akan selalu meningkatkan laju transmisi penyakit karena mempercepat replikasi patogen. Sebaliknya, model terintegrasi dalam studi ini membuktikan bahwa efek tidak langsung dari penurunan laju pertumbuhan inang akibat cekaman termal jauh lebih dominan; penurunan kepadatan inang yang drastis justru menghentikan epidemi, meskipun suhu lingkungan sangat mendukung replikasi patogen.

Secara praktis, hasil penelitian ini memiliki implikasi penting bagi strategi konservasi satwa liar dan pengelolaan taman nasional di wilayah tropis. Kebijakan konservasi harus menyadari bahwa di era pemanasan global, peningkatan suhu ekstrem tidak hanya mengancam kelangsungan hidup spesies secara langsung, tetapi juga melalui penurunan ketersediaan biomassa mangsa secara permanen. Meskipun suhu tinggi

dapat membantu menekan penyebaran penyakit endemik, hal tersebut juga meningkatkan risiko kelaparan bagi predator puncak. Oleh karena itu, pengelola kawasan konservasi disarankan untuk:

1. Membangun koridor habitat atau perlindungan termal guna menjaga laju pertumbuhan mangsa tetap stabil di tengah cuaca ekstrem.
2. Menerapkan sistem deteksi dini epidemi dan isolasi (karantina fungsional) secara buatan pada mangsa terinfeksi, untuk melindungi rantai makanan dari guncangan kepunahan massal.

#### 4. SIMPULAN

Penelitian ini berhasil merumuskan dan menganalisis model matematika predator-mangsa eko-epidemiologi non-linear yang dipengaruhi oleh variasi suhu lingkungan dan dinamika karantina mangsa. Berdasarkan analisis analitis dan simulasi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat, disimpulkan bahwa interaksi antara penyakit menular dan pemanasan global secara signifikan menentukan stabilitas jangka panjang ekosistem tropis. Peningkatan suhu lingkungan yang direpresentasikan oleh tren pemanasan linier memaksa populasi menyusut ke titik kesetimbangan yang lebih rendah akibat tekanan lingkungan yang berkelanjutan.

Meskipun suhu ekstrem mencapai 35 °C secara efektif mampu menghentikan transmisi penyakit dengan cara menurunkan kepadatan mangsa di bawah ambang batas epidemi, fenomena ini juga memicu ancaman kepunahan bagi predator puncak akibat hilangnya sumber energi trofik. Di sisi lain, tindakan karantina pada mangsa terinfeksi terbukti berfungsi sebagai pelindung fungsional yang efektif dalam meredam osilasi liar sistem trofik dan menjaga kelangsungan hidup predator. Sebagai tindak lanjut, kebijakan konservasi satwa liar di wilayah tropis yang rentan harus mengintegrasikan pengelolaan kesehatan populasi dan mitigasi pemanasan global secara seimbang untuk mencegah terjadinya keruntuhan ekosistem secara permanen.

#### 5. REKOMENDASI

Kendala dan hambatan penelitian ini adalah:

1. Model ini mengasumsikan hubungan penurunan pertumbuhan mangsa rentan secara linier terhadap suhu. Pada kenyataannya, respon fisiologis organisme terhadap suhu bersifat non-linear, umumnya mengikuti kurva performa termal (TPC) berbentuk lonceng, di mana kinerja biologis meningkat hingga suhu optimal tertentu dan kemudian merosot tajam pada suhu ekstrem.
2. Pengaruh suhu dalam penelitian ini dibatasi hanya pada laju pertumbuhan mangsa rentan. Kendala ini mengabaikan fakta biologis bahwa parameter lain seperti laju predasi predator ( $\alpha, \theta$ ), laju transmisi patogen ( $\beta$ ), dan laju kematian alami ( $\mu$ ) juga sangat sensitif terhadap fluktuasi suhu lingkungan.

3. Parameter-parameter yang digunakan dalam simulasi numerik sebagian besar diperoleh dari kajian teoretis sebelumnya dan belum divalidasi menggunakan data lapangan dari spesies tropis spesifik. Hal ini membatasi presisi prediksi model dalam skenario ekosistem nyata.

Saran dan tindak lanjut untuk riset masa depan yaitu sebagai berikut:

1. Mengganti fungsi linier dengan formulasi non-linear seperti persamaan Sharpe-Schoolfield atau Briere untuk menangkap respon biologis pada suhu optimal dan ekstrem secara lebih realistis.
2. Memformulasikan laju predasi predator menggunakan pendekatan alometrik metabolik, di mana laju serangan dan waktu penanganan mangsa merupakan fungsi dari suhu dan ukuran tubuh predator.
3. Memodifikasi model menggunakan turunan fraksional (misalnya operator Caputo) untuk menangkap efek memori (memory effects) dan dependensi historis populasi terhadap paparan penyakit dan perubahan suhu dari waktu ke waktu.
4. Mengembangkan sistem persamaan diferensial parsial untuk menganalisis bagaimana pergerakan spasial, migrasi, dan penyebaran geografis mangsa serta predator membantu mereka menghindari zona dengan suhu ekstrem atau paparan patogen tinggi.

## 6. REFERENSI

- Amalia, R. U. D., Fatmawati, Windarto, & Arif, D. K. (2018). Optimal control of predator-prey mathematical model with infection and harvesting on prey. *Journal of Physics: Conference Series*, 974(1), 012050. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/974/1/012050>
- Abdul Aziz, L., Azzahra, L., Sari, S. L., Zaman, A. M., & Rumite, W. (2024). Model Matematika Kecanduan Media Sosial Tiktok Pada Siswa: Sebuah Kajian Dengan Pendekatan SEI1I2I3R. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 6(2), 608–623. <https://doi.org/10.29303/jm.v6i2.7129>
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & Meade, D. B. (2021). *Elementary differential equations and boundary value problems* (12th ed.). Wiley.
- Brauer, F., Castillo-Chavez, C., & Feng, Z. (2019). *Mathematical models in epidemiology*. Springer.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2021). *Numerical methods for engineers* (8th ed.). McGraw-Hill.
- Eskuche-Keith, P., Hill, S. L., López-López, L., Rosenbaum, B., Saunders, R. A., Tarling, G. A., & O'Gorman, E. J. (2024). Temperature alters the predator-prey size relationships and size-selectivity of Southern Ocean fish. *Nature Communications*, 15, 3979. <https://doi.org/10.1038/s41467-024-48246-y>
- Kelly, W. G., & Peterson, A. C. (2018). *The theory of differential equations: Classical and qualitative*. Springer.

- Kumar, S., & Kharbanda, H. (2017). *Stability analysis of prey-predator model with infection, migration and vaccination in prey*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.10319>
- Lahay, A., Payu, M. R. F., Mahmud, S. L., Panigoro, H. S., & Zakaria, P. (2022). Dynamics of a predator-prey model incorporating infectious disease and quarantine on prey. *Jambura Journal of Biomathematics*, 3(2), 75–81. <https://doi.org/10.34312/jjbm.v3i2.15174>
- Lay, D. C., Lay, S. R., & McDonald, J. J. (2016). *Linear algebra and its applications* (5th ed.). Pearson.
- Lynch, S. (2018). *Dynamical systems with applications using Python*. Birkhäuser.
- Nasra, N. D., Putri, A. R., & Syafwan, M. (2022). Stability analysis and numerical simulation of prey-predator system with age structure. *International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)*, 32(1), 105–111.
- Nuha, A. R., Nashar, L. O., Agung, A., Takaendengan, B. R., & Nuha, W. (2025). Strategi Pengendalian Penyebaran Penyakit Kolera dengan Vaksinasi, Edukasi, dan Karantina: Analisis Model dan Simulasi. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 7(4), 2101-2118. <https://doi.org/10.29303/jm.v7i4.10479>
- Wayesa, N. N., Obsu, L. L., & Dawed, M. Y. (2024). Analysis of predator-prey model with inclusion of temperature variability in prey refugees. *Journal of Applied Mathematics*, 2024, 5138320. <https://doi.org/10.1155/2024/5138320>
- Yusrianto, Toaha, S., & Kasbawati. (2019). Stability analysis of prey predator model with Holling II functional response and threshold harvesting for the predator. *Journal of Physics: Conference Series*, 1341, 062025. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1341/6/062025>