



Analisis Numerik Aliran Banjir 1D dengan *Shallow Water Equations* untuk Identifikasi Batas Kapasitas Sungai Gunung Nago

Noverina Alfiany^{1*}, Monika Rianti Helmi¹, Novrianti²

¹ Departemen Matematika dan Sains Data, FMIPA, Universitas Andalas, Padang

² STITEKNAS Jambi, Jambi

*noverinaalfiany@sci.unand.ac.id

Abstract

Flooding is a common environmental problem in river basins due to increased rainfall and runoff from surrounding areas. One of the main causes of flooding is lateral flow entering the riverbed, increasing its discharge and depth. In this study, we analyzed the influence of lateral flow on changes in water depth and determined the river's capacity before flooding occurred in the Mount Nago River basin. Numerical analysis of one-dimensional flow using Shallow Water Equations (SWE) was performed using the Lax–Friedrichs explicit finite difference method. Numerical simulations were performed by varying the lateral flow discharge in certain segments of the river basin and applying flood hydrograph boundary conditions upstream. The simulation results showed that increasing lateral flow caused a significant increase in water depth. The river was still able to accommodate lateral flow up to a certain value, but when the lateral flow exceeded the cross-sectional capacity, the water level exceeded the riverbank height and caused flooding. The results of this study indicate that the SWE model is quite effective in predicting flood potential and can be used as an initial basis for flood mitigation planning and river environmental management.

Keywords: lateral flow; river flood; aquatic environment; flood mitigation; hydrodynamic model.

Abstrak

Banjir merupakan permasalahan lingkungan yang sering terjadi di daerah aliran sungai akibat meningkatnya curah hujan dan limpasan air dari wilayah di sekitar sungai. Salah satu faktor utama penyebab banjir adalah adanya aliran lateral yang masuk ke badan sungai sehingga meningkatkan debit dan kedalaman aliran. Pada penelitian ini, analisis pengaruh aliran lateral terhadap perubahan kedalaman air serta penentuan batas kemampuan tampung sungai sebelum terjadi banjir dilakukan di wilayah Sungai Gunung Nago. Analisis numerik aliran satu dimensi menggunakan *Shallow Water Equations* (SWE) diselesaikan dengan metode beda hingga eksplisit skema Lax–Friedrichs. Simulasi numerik dilakukan dengan memvariasikan debit aliran lateral pada segmen tertentu di wilayah aliran sungai serta menerapkan kondisi batas hidrograf banjir di hulu. Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan aliran lateral menyebabkan kenaikan kedalaman air secara signifikan. Sungai masih mampu menampung aliran lateral hingga nilai tertentu, namun ketika aliran lateral melebihi kapasitas penampang, muka air melampaui tinggi tebing sungai dan menyebabkan banjir. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model SWE cukup efektif untuk memprediksi potensi banjir dan dapat menjadi dasar awal dalam perencanaan mitigasi banjir serta pengelolaan lingkungan sungai.

Kata Kunci: aliran lateral; banjir sungai; lingkungan perairan; mitigasi banjir; model hidrodinamika.

1. PENDAHULUAN

Banjir merupakan permasalahan lingkungan yang terus meningkat intensitasnya dan dampaknya pada wilayah daerah aliran sungai, terutama di kawasan perkotaan dan daerah dengan perubahan tata guna lahan yang cepat. Peningkatan curah hujan ekstrem yang dipengaruhi oleh perubahan iklim global, berkurangnya daerah resapan air, serta berkembangnya kawasan terbangun di sekitar aliran sungai menyebabkan peningkatan limpasan permukaan yang masuk ke badan sungai secara lateral. Kondisi tersebut tidak hanya memicu luapan air, tetapi juga memperburuk kualitas lingkungan perairan, meningkatkan potensi erosi, dan mengganggu keseimbangan ekosistem sungai ((IPCC), 2023; Ward et al., 2020).

Pemodelan hidrodinamika berbasis *Shallow Water Equations* (SWE) menjadi pendekatan yang banyak digunakan dalam mengkaji banjir dan pengelolaan lingkungan perairan karena kemampuannya merepresentasikan dinamika aliran air dangkal secara fisik dan komputasional yang efisien. Berbagai penelitian menunjukkan bahwa SWE efektif digunakan untuk memodelkan aliran sungai, banjir bandang, serta limpasan permukaan akibat hujan (Chow et al., 1988; Toro, 2009; Brunner, 2016; Bates et al., 2010). Studi terkini juga menekankan pentingnya menambahkan aliran lateral sebagai sumber dalam persamaan kontinuitas untuk merepresentasikan limpasan dari daerah tangkapan sungai secara lebih realistis (Raming et al., 2022; Xia et al., 2011; Costabile et al., 2020).

Meskipun demikian, sebagian besar penelitian sebelumnya berfokus pada simulasi banjir dua dimensi atau menggunakan data hidrologi yang lengkap, sementara kajian numerik satu dimensi yang menitikberatkan pada identifikasi batas kemampuan tampung sungai terhadap aliran lateral masih relatif terbatas, khususnya pada sungai-sungai lokal di Indonesia. Padahal, pendekatan satu dimensi tetap relevan dan penting sebagai alat analisis awal yang lebih sederhana, efisien, dan aplikatif dalam konteks keterbatasan data serta kebutuhan perencanaan lingkungan berbasis risiko (Cunge et al., 1980; Sanders et al., 2010).

Sungai Gunung Nago di Kota Padang merupakan salah satu sungai yang memiliki potensi banjir akibat kombinasi debit hulu yang tinggi dan limpasan lateral dari kawasan sekitarnya. Keterbatasan informasi hidrometri yang tersedia membutuhkan adanya pendekatan pemodelan numerik yang mampu menggambarkan respons sungai terhadap tambahan aliran lateral secara kuantitatif yang sederhana. Permasalahan utama yang telah dikaji adalah bagaimana aliran lateral memengaruhi peningkatan kedalaman air (Karneni et al., 2016).

Pada penelitian ini analisis numerik pengaruh aliran lateral terhadap dinamika aliran dan kedalaman air pada Sungai Gunung Nago dilakukan dengan menggunakan model SWE satu dimensi. Selanjutnya, identifikasi batas kemampuan tampung aliran sungai dilakukan sebagai dasar awal dalam perencanaan mitigasi banjir dan pengelolaan lingkungan perairan yang berkelanjutan. Penelitian ini juga bertujuan untuk memberikan informasi hasil yang relatif sama dengan analisis lainnya yang

menggunakan persamaan yang lebih kompleks. Sehingga, kemampuan SWE 1D dapat divalidasi mampu memberikan hasil yang baik meskipun dengan proses yang lebih sederhana.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif yang menganalisis Sungai Gunung Nago di Kota Padang, Sumatera Barat, dipilih karena kerentanannya terhadap banjir akibat kombinasi debit hulu dan limpasan lateral, sementara data hidraulik utama diperoleh dari publikasi teknis perencanaan bendungan setempat serta pendekatan teori saluran terbuka (Karneni et al., 2016).

Prosedur penelitian diawali dengan pengumpulan data sekunder yang meliputi debit banjir rencana, tinggi mercu, karakteristik sungai, serta penentuan parameter geometrik saluran melalui pendekatan teoritis. Aliran sungai dimodelkan secara 1D menggunakan *Shallow Water Equations* (SWE), dimana aliran lateral sebagai suku sumber pada persamaan kontinuitas ditambahkan untuk merepresentasikan limpasan hujan dari daerah sekitar.

Model SWE 1D selanjutnya diselesaikan secara numerik dengan pendekatan metode beda hingga eksplisit skema Lax–Friedrichs (Lax & Friedrichs, 1954; Toro, 2009). Domain didiskretisasi dalam grid seragam dengan langkah waktu yang ditentukan berdasarkan kriteria stabilitas Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) (LeVeque, 2002). Kondisi batas hulu yang digunakan berupa hidrograf banjir *steady-state*, sedangkan batas hilir berupa batas terbuka. Simulasi dilakukan pada beberapa skenario debit lateral yang berbeda untuk mengamati respons sungai terhadap peningkatan limpasan.

Analisis dan evaluasi hasil simulasi difokuskan pada distribusi debit, profil muka air, dan kedalaman aliran. Kedalaman maksimum aliran akan dibandingkan dengan tinggi tebing untuk menentukan status aman, waspada, atau banjir, serta mengidentifikasi titik yang paling rentan terhadap luapan aliran. Perbandingan kuantitatif antar skenario debit aliran digunakan untuk menentukan ambang batas aliran lateral yang menyebabkan kapasitas saluran terlampaui pada wilayah Sungai Gunung Nago, serta memberikan gambaran awal bagi pengelolaan lingkungan dan mitigasi banjir berbasis hidrodinamika.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model *Shallow Water Equations* (SWE) dianalisis sebagai model satu dimensi dalam konteks lingkungan perairan untuk memberikan hasil simulasi numerik aliran banjir pada Sungai Gunung Nago, Kota Padang. Simulasi difokuskan pada analisis pengaruh aliran lateral terhadap perubahan kedalaman aliran, profil muka air, serta kapasitas tampung sungai. Hasil yang disajikan nantinya merupakan keluaran akhir dari simulasi

numerik dan digunakan untuk mengevaluasi potensi terjadinya banjir untuk lima skenario aliran lateral.

Model hidrodinamika pendukung yang digunakan dalam penelitian ini adalah Persamaan Saint-Venant satu dimensi yang terdiri dari persamaan kontinuitas dan momentum (Chow et al., 1988; Cunge et al., 1980; Brunner, 2016). Persamaan kontinuitas tersebut dinyatakan oleh:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

dimana A menyatakan luas penampang basah, Q adalah debit aliran, dan q merupakan aliran lateral yang merepresentasikan limpasan dari lingkungan di sekitar sungai. Selanjutnya, persamaan momentum dinyatakan sebagai:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g \frac{h}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + g \frac{V|V|}{C_h^2 h} = 0$$

dengan V menyatakan kecepatan rata-rata, g adalah percepatan gravitasi, z_b merupakan elevasi dasar sungai, C adalah koefisien Chezy, dan h merepresentasikan kedalaman aliran. Persamaan ini menggambarkan bahwa keseimbangan antara gaya adveksi, gravitasi, dan gesekan dasar memengaruhi dinamika aliran sungai (Brunner, 2016; Bates et al., 2010).

Hasil analisis numerik dari sistem persamaan tersebut di atas diperoleh dengan pendekatan metode beda hingga eksplisit menggunakan skema Lax–Friedrichs. Domain sungai didiskretisasi dalam arah ruang dan waktu dengan jarak grid seragam, Δx , dan langkah waktu Δt . Grid untuk posisi dan waktu diskrit dinyatakan sebagai:

$$x_i = i\Delta x, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$t^j = j\Delta t, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

Selanjutnya, nilai langkah waktu ditentukan berdasarkan kriteria Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) untuk menjamin kestabilan analisis numerik yang dilakukan, dimana dinyatakan sebagai:

$$\Delta t \leq \frac{\text{CFL} \cdot \Delta x}{|V| + \sqrt{gh}}$$

Pendekatan turunan terhadap waktu dilakukan dengan skema beda maju, sedangkan turunan terhadap ruang didekati menggunakan skema beda pusat. Selanjutnya, dengan menerapkan skema Lax–Friedrichs persamaan kontinuitas dalam bentuk diskrit diperoleh:

$$A_i^{j+1} = \frac{A_{i+1}^j + A_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (Q_{i+1}^j - Q_{i-1}^j) + \Delta t \cdot q_i^j$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa perubahan luas penampang basah untuk waktu berikutnya dipengaruhi oleh aliran dari grid tetangganya, serta adanya tambahan aliran lateral q , yang secara fisik merepresentasikan limpasan hujan dari lingkungan di sekitar sungai.

Kemudian, hasil analisis numerik untuk persamaan momentum diperoleh dalam bentuk diskrit dinyatakan oleh:

$$V_i^{j+1} = \frac{V_{i+1}^j + V_{i-1}^j}{2} - \Delta t \left[V_i^j \frac{V_{i+1}^j - V_{i-1}^j}{2\Delta x} + g \frac{z_{b,i+1} - z_{b,i-1}}{2\Delta x} + g \frac{h_{i+1}^j - h_{i-1}^j}{2\Delta x} - g \frac{h_i^j}{2\rho} \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2\Delta x} + g \frac{V_i^j |V_i^j|}{C_h^2 h_i^j} \right]$$

dimana suku-suku pada persamaan momentum tersebut masing-masing merepresentasikan pengaruh adveksi, gradien muka air akibat gravitasi, serta hilangnya energi aliran akibat gesekan dengan dasar sungai. Kombinasi ketiga mekanisme ini yang akhirnya menentukan perubahan kecepatan aliran sepanjang sungai untuk setiap langkah waktu simulasi.

Berdasarkan hasil analisis numerik untuk luas penampang dan kecepatan aliran, debit dan kedalaman aliran dihitung dengan menggunakan hubungan berikut (Chow, 1959):

$$Q_i^j = A_i^j V_i^j$$

$$h_i^j = \frac{A_i^j}{B}$$

dengan B adalah lebar saluran aliran yang dilalui. Nilai kedalaman aliran selanjutnya akan digunakan untuk mengevaluasi perubahan profil muka air dan kapasitas tampung sungai.

3.1. Respon Sungai terhadap Variasi Aliran Lateral

Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa aliran lateral memberikan pengaruh signifikan terhadap peningkatan kedalaman air dan perubahan profil muka air Sungai Gunung Nago. Pada kondisi tanpa aliran lateral atau $q = 0 \text{ m}^2/\text{s}$, sistem aliran berada dalam keadaan relatif stabil dengan kedalaman air sungai maksimum sebesar 1,799 m, dimana kedalaman ini masih jauh di bawah tinggi tebing Sungai Gunung Nago. Profil permukaan air sungai pada kondisi ini mengikuti kemiringan dasar sungai dan tidak menunjukkan adanya potensi luapan.

Ketika besar aliran lateral mulai diberikan ke dalam model persamaan, terlihat bahwa terjadi peningkatan kedalaman air yang besarnya mengikuti pola kenaikan nilai debit lateral. Pada nilai aliran lateral sedang, yaitu pada scenario II dan III, kedalaman maksimum aliran sungai meningkat hingga mendekati ketinggian tebing sungai. Fenomena ini menunjukkan bahwa tambahan massa air dari limpasan lingkungan di sekitar Sungai akibat peningkatan aliran lateral, secara langsung meningkatkan volume air di dalam saluran sungai. Hasil ini disajikan secara lengkap pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Rekapitulasi Kedalaman Maksimum dan Status Keamanan Sungai

Skenario	Aliran Lateral (m ² /s)	Kedalaman Maksimum (m)	Status
I	0.000	1.799	Aman
II	0.250	2.548	Aman
III	0.500	3.312	Waspada
IV	0.750	4.076	Banjir
V	1.000	4.838	Banjir

3.2. Kapasitas Tampung Sungai Gunung Nago dan Terjadinya Banjir

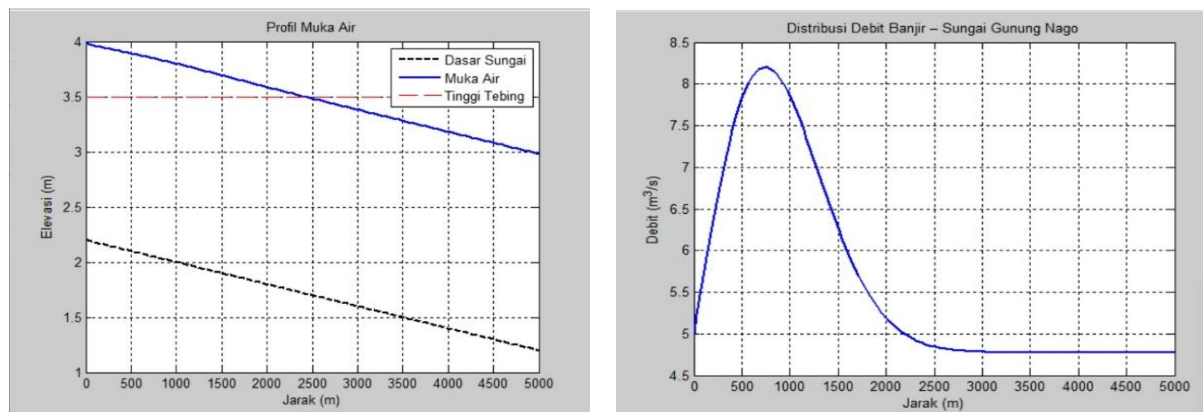
Kriteria terjadinya banjir pada kasus Sungai Gunung Nago ditentukan berdasarkan hubungan berikut:

$$h_{\text{maks}} > h_{\text{tebing}}$$

dengan h_{maks} adalah kedalaman maksimum hasil simulasi dan h_{tebing} adalah ketinggian tebing Sungai Gunung Nago, yaitu 3,5 m. Penerapan kriteria ini memungkinkan identifikasi batas kemampuan tampung sungai secara kuantitatif dan aplikatif dalam konteks pengelolaan lingkungan perairan. Pada skenario V dimana aliran lateral bernilai tinggi, hasil simulasi memperlihatkan bahwa ketinggian permukaan air akhirnya melampaui tinggi tebing sungai, yang menandakan terjadinya luapan aliran pada saluran sungai sehingga menyebabkan banjir. Kedalaman maksimum yang terjadi hampir mencapai 5 m, yang mana jauh melebihi kapasitas normal saluran sungai. Kondisi ini menunjukkan bahwa kondisi normal saluran Sungai Gunung Nago tidak mampu menampung tambahan aliran lateral dalam jumlah besar, sehingga luapan air terjadi di lingkungan sekitar Sungai Gunung Nago.

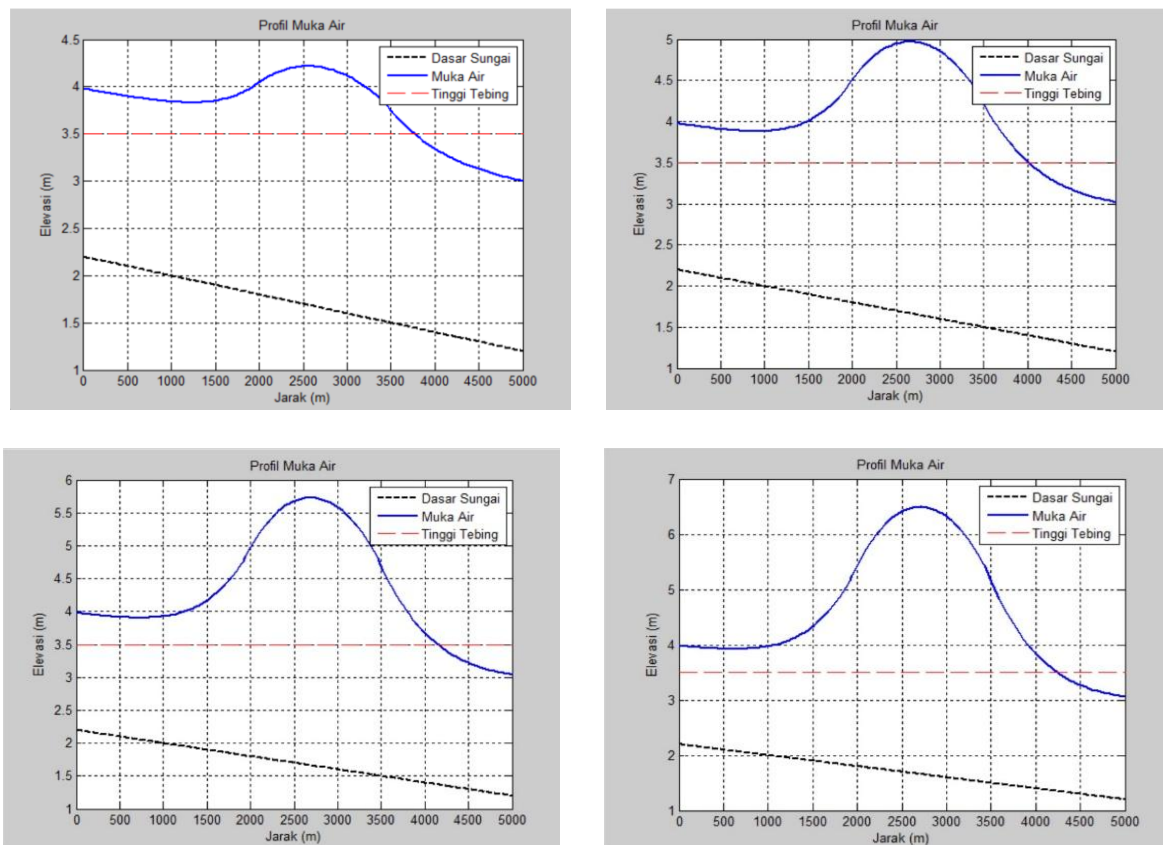
3.3. Implikasi pada Lingkungan dan Mitigasi Banjir

Model SWE satu dimensi yang dianalisis pada penelitian ini terbukti mampu memberikan gambaran yang baik terkait respon aliran sungai terhadap perubahan aliran lateral yang terjadi, serta memberikan informasi mengenai batas kapasitas tampung Sungai Gunung Nago. Meskipun memiliki keterbatasan dalam merepresentasikan variasi aliran, karena hanya dianalisa secara satu dimensi domain, pendekatan ini tetap relevan sebagai alat analisis awal yang lebih efisien dan informatif dalam perencanaan mitigasi banjir berbasis lingkungan. Gambar 3.1 menunjukkan distribusi debit aliran air Sungai Gunung Nago ketika aliran lateral tidak diberikan pada sistem persamaan. Pada kondisi ini, debit air pada aliran Sungai Gunung Nago hanya berkisar sebesar $5 \text{ m}^3/\text{s}$ yang merupakan debit air rata-rata sungai tersebut tanpa tambahan aliran air dari luar. Profil permukaan air pada kondisi ini menunjukkan penurunan dari ketinggian tebing Sungai Gunung Nago seiring dengan pertambahan jarak dari hulu sungai. Distribusi debit air sungai stabil pada jarak aliran yang lebih dari 2 m dari hulu sungai.



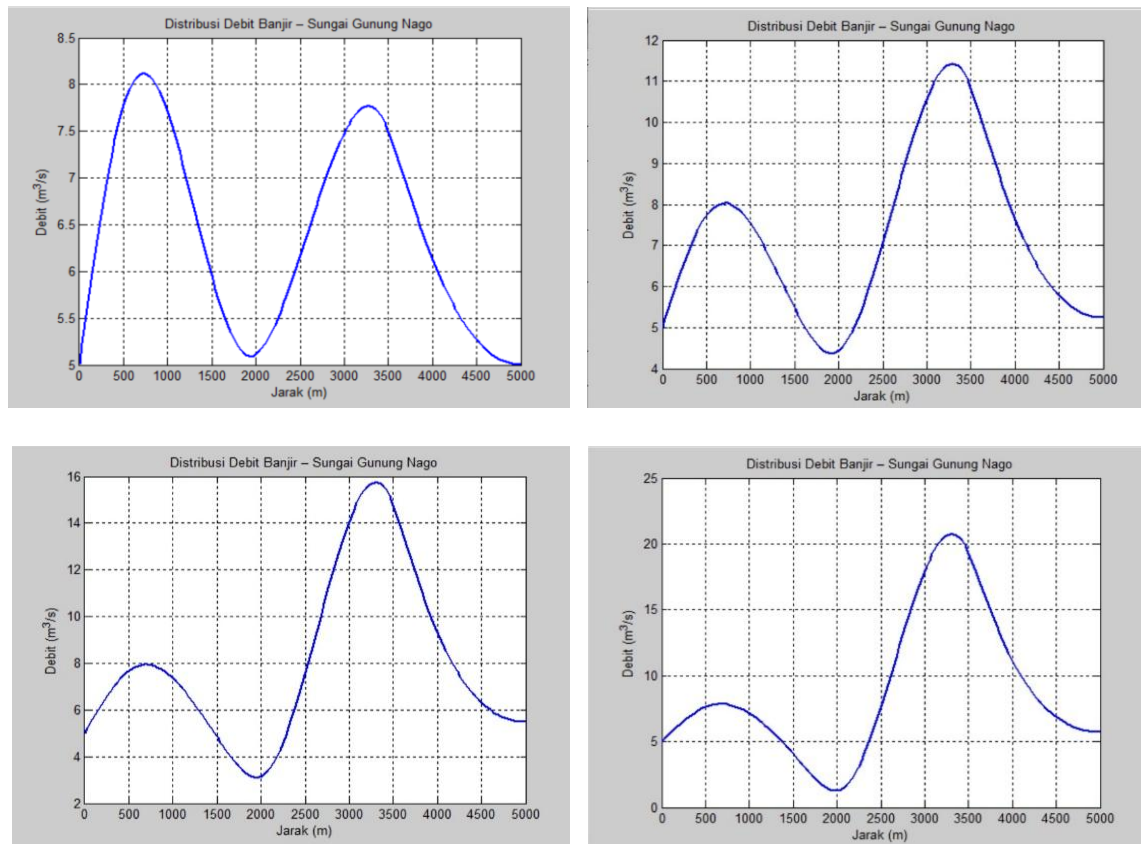
Gambar 3.1. Profil permukaan air dan debit aliran air pada kondisi $q_1 = 0$

Selanjutnya, profil permukaan air dengan penambahan aliran air lateral pada aliran Sungai Gunung Nago diperlihatkan oleh Gambar 3.2, untuk variasi nilai aliran air lateral seperti pada skenario II, III, IV, dan V. Pada gambar profil permukaan untuk skenario II dan III, terlihat bahwa ketinggian antara permukaan air dengan dasar sungai memiliki perbedaan ketinggian yang kurang dari 3,5 m atau kurang dari ketinggian tebing Sungai Gunung Nago. Sehingga dapat dikatakan pada skenario ini, penambahan nilai aliran air lateral diantara 0.250 - 0.500 m²/s akan meningkatkan ketinggian permukaan air secara signifikan hingga hampir mencapai ketinggian tebing Sungai Gunung Nago. Selanjutnya, ketika nilai aliran air lateral naik ke 0.750 m²/s, permukaan air naik melebihi ketinggian tebing Sungai Gunung Nago, yang mengindikasikan terjadinya limpasan air di sekitar aliran sungai. Dengan kata lain, ketika aliran air lateral terjadi dengan besaran 0.750 m²/s meskipun debit air pada Sungai Gunung Nago masih dalam rentang normal, banjir akan tetap terjadi. Aliran air lateral yang lebih besar nilai nya, misalkan 1.000 m²/s semakin memperparah banjir yang terjadi di sepanjang aliran Sungai Gunung Nago.



Gambar 3.2. Profil permukaan air pada kondisi debit air lateral yang bervariasi

Gambar 3.3 menyajikan distribusi debit air Sungai Gunung Nago dengan variasi besar nilai aliran lateral secara berurutan seperti pada skenario II, III, IV, dan V. Pada skenario II debit banjir tertinggi mencapai $8,5 \text{ m}^3/\text{s}$ pada jarak 500 m – 1000 m dari hulu Sungai, sedangkan pada jarak 3000 m – 3500 m dari hulu Sungai Gunung Nago debit banjir mencapai $8 \text{ m}^3/\text{s}$. Pada skenario III debit air banjir mencapai $12 \text{ m}^3/\text{s}$ pada jarak 3000 m – 3500 m dari hulu sungai. Sedangkan secara berturut-turut, untuk jarak yang sama yaitu 3000 m – 3500 m dari hulu Sungai Gunung Nago pada skenario IV dan V, debit air banjir mencapai $16 \text{ m}^3/\text{s}$ dan $21 \text{ m}^3/\text{s}$. Sehingga dapat dikatakan bahwa, daerah yang terletak pada jarak 3000 m – 3500 m di sepanjang aliran Sungai Gunung Nago merupakan daerah aliran yang paling berdampak jika terjadi banjir.



Gambar 3.3. Distribusi debit air di sepanjang sungai Gunung Nago

Secara garis besar, hasil simulasi mengindikasikan bahwa aliran lateral merupakan faktor signifikan yang mampu meningkatkan risiko terjadinya banjir pada aliran Sungai Gunung Nago. Limpasan permukaan yang berasal dari kawasan sekitar sungai umumnya dipicu oleh curah hujan tinggi dan perubahan tata guna lahan, berkontribusi signifikan terhadap kenaikan permukaan air. Oleh karena itu, pengelolaan limpasan lingkungan melalui sistem drainase, kolam retensi, atau normalisasi sungai akan menjadi langkah penting dalam upaya mitigasi banjir.

4. KESIMPULAN

Hasil simulasi numerik dengan menggunakan model *Shallow Water Equations* (SWE) satu dimensi mampu menggambarkan bahwa besarnya aliran lateral berpengaruh langsung terhadap peningkatan kedalaman air pada saluran Sungai Gunung Nago. Semakin besar aliran lateral yang masuk ke sungai, semakin besar pula kenaikan muka air yang terjadi. Aliran lateral dengan nilai $0.500 \text{ m}^2/\text{s}$ merupakan batas aliran lateral yang dapat terjadi sehingga ketinggian permukaan air Sungai Gunung Nago tidak akan melebihi ketinggian tebing sungai.

Selanjutnya, model SWE 1D terindikasi mampu menggambarkan scenario kondisi aliran dan mengidentifikasi batas kemampuan tampung sungai terhadap tambahan aliran lateral, meskipun model tersebut cukup sederhana. Hasil simulasi numerik juga mampu menunjukkan bahwa ketika aliran lateral melebihi kapasitas saluran, terjadi luapan yang menyebabkan banjir. Dengan demikian, model SWE 1D dapat digunakan sebagai alat bantu analisis dalam memahami potensi banjir dan mendukung upaya mitigasi banjir pada saluran terbuka.

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan Danda Ahmad Dzaky atas bantuannya dalam merevisi artikel ini.

6. REFERENSI

- (IPCC), I. P. on C. C. (2023). *Climate Change 2021 – The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press. <https://doi.org/DOI: 10.1017/9781009157896>
- Bates, P. D., Horritt, M. S., & Fewtrell, T. J. (2010). A Simple Inertial Formulation of the Shallow Water Equations for Efficient Two-Dimensional Flood Inundation Modelling. *Journal of Hydrology*, 387(1–2), 33–45. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.03.027>
- Brunner, G. W. (2016). *HEC-RAS River Analysis System Hydraulic Reference Manual Version 5.0*. US Army Corps of Engineers. https://www.hec.usace.army.mil/software/hecras/documentation/HEC-RAS_5.0_Reference_Manual.pdf
- Chow, V. Te. (1959). *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Book Company.
- Chow, V. Te, Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.
- Costabile, P., Costanzo, C., Ferraro, D., & Macchione, F. (2020). Performances of the New HEC-RAS Version 5 for 2-D Hydrodynamic-Based Rainfall-Runoff Simulations at Basin Scale. *Water*, 12(9). <https://doi.org/10.3390/w12092326>
- Cunge, J. A., Holly, F. M., & Verwey, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Pitman Publishing Ltd.
- Karneni, S., Djali, N., & Mizwar, Z. (2016). PERENCANAAN BENDUNG TETAP GUNUNG NAGO KOTA PADANG. *Abstract of Undergraduate Research, Faculty of Civil and Planning Engineering, Bung Hatta University*, 1(2).
- Lax, P. D., & Friedrichs, K. O. (1954). On the Numerical Solution of Hyperbolic Partial Differential Equations. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 7(1), 159–193. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160070112>
- LeVeque, R. J. (2002). *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511791253>
- Raming, I., Mangiri, I., Mujiyarti, A., Suciati, R., Syafitri, M., Wulandari, R. A., & Mushalifah, M. (2022). Solusi Numeris Persamaan Saint Venant pada Lateral Flow Aliran Terbuka di Kanal

Sempaja. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 1(1), 115–127.
<http://download.garuda.kemdikbud.go.id/article.php?article=3401216&val=29848>

Sanders, B., Schubert, J., & Detwiler, R. (2010). ParBreZo: A parallel, unstructured grid, Godunov-type, shallow-water code for high-resolution flood inundation modeling at the regional scale. *Advances in Water Resources - ADV WATER RESOUR*, 33. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2010.07.007>

Toro, E. (2009). Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. In *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. <https://doi.org/10.1007/b79761>

Ward, P. J., Winsemius, H. C., Kuzma, S., Bierkens, M. F. P., Bouwman, A., Moel, H. De, Loaiza, A. D., Eilander, D., Enghardt, J., Gilles, E., Gebremedhin, E., Iceland, C., Kooi, H., Ligtoet, W., Muis, S., Scussolini, P., Sutanudjaja, E. H., Beek, R. Van, Bommel, B., ... Luo, T. (2020). Aqueduct floods methodology. *World Resources Institute*, (January), 1–28. <https://www.wri.org/research/aqueduct-floods-methodology%0Awww.wri.org/publication/aqueduct-floods-methodology>

Xia, J., Falconer, R., Lin, B., & Tan, G. (2011). Modelling flash flood risk in urban areas. *Water Management*, 164, 267–282. <https://doi.org/10.1680/wama.2011.164.6.267>