



Karakteristik Penalaran Kuantitatif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika ditinjau dari Jenjang Sekolah

Yohanes Hariaman Nada

Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Nusa Cendana

yohanes.hariaman.nada@staf.undana.ac.id

Abstract

There are various types of thinking skills that can be developed by studying mathematics, one of which is the algebraic thinking skills. One of the abilities in algebraic thinking is quantitative reasoning ability. Quantitative reasoning ability is a fundamental ability for students to be successful in learning mathematics. However, the facts on the field show that there are still many students who have low mathematical reasoning abilities. The purpose of this study was to obtain an overview and characteristics of students' mathematical reasoning abilities, especially students' quantitative reasoning. This research uses a qualitative approach, while this type of research is a phenomenological study. Phenomenology is the study that describes what a person receives, feels and knows in his consciousness about the experiences he has experienced. The subjects of this study were students of class VI elementary school and class VII junior high school. Based on the results of the research and discussion, it can be concluded that there are similarities and differences in the characteristics of quantitative reasoning between students at the final level of elementary school and students at the initial level of junior high school.

Keywords: Quantitative Reasoning; Mathematical Problems; School levels

Abstrak

Terdapat berbagai jenis kemampuan berpikir yang dapat dikembangkan dengan mempelajari matematika, salah satunya adalah kemampuan berpikir aljabar. Salah satu kemampuan dalam berpikir aljabar adalah kemampuan penalaran kuantitatif. Kemampuan penalaran kuantitatif adalah kemampuan yang fundamental agar siswa sukses dalam pembelajaran matematika. Namun demikian, fakta di lapangan menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang memiliki kemampuan penalaran matematis yang rendah. Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran dan karakteristik tentang kemampuan penalaran matematis siswa khususnya penalaran kuantitatif peserta didik. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif, sementara jenis penelitian ini adalah studi fenomenologis. Fenomenologi adalah studi yang menggambarkan apa yang seseorang terima, rasakan dan ketahui di dalam kesadarannya tentang pengalaman yang dialaminya. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VI sekolah dasar dan kelas VII sekolah menengah pertama. Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan terdapat persamaan dan perbedaan karakteristik penalaran kuantitatif antara siswa pada level akhir jenjang sekolah dasar dengan siswa pada level awal jenjang sekolah menengah pertama.

Kata Kunci: Penalaran Kuantitatif; Masalah Matematika; Jenjang sekolah

1. PENDAHULUAN

Kegiatan berpikir tidak dapat dipisahkan dari matematika. Matematika adalah ilmu yang menekankan pada pembentukan kemampuan berpikir (Samo & Kartasasmita, 2017). Objek dasar matematika terdiri atas fakta, konsep, relasi, operasi dan prinsip merupakan hal-hal yang abstrak sehingga untuk memahaminya tidak cukup hanya dengan menghafal tetapi dibutuhkan proses berpikir (Nada, 2020).

Terdapat berbagai jenis kemampuan berpikir yang dapat dikembangkan dengan mempelajari matematika, salah satunya adalah kemampuan berpikir aljabar. Berpikir aljabar meliputi aktivitas menganalisis hubungan kuantitas, menemukan pola, mempelajari perubahan, generalisasi, pemecahan masalah, pemodelan, justifikasi, pembuktian dan prediksi (Kieran, 2004; Kieran, Pang, Schifter, & Ng, 2016; Radford, 2018). Berpikir aljabar berbeda dengan berpikir aritmatika sebab berpikir aritmatika merupakan pola berpikir yang mengutamakan masalah menghitung bilangan (*calculating*), dan hanya berfokus pada operasi-operasi pada bilangan (Hidayanto, 2013). Berpikir aljabar mencakup beberapa proses berpikir antara lain menemukan dan menganalisis pola, mempelajari dan merepresentasikan hubungan, membuat generalisasi, dan menganalisis perubahan (Seeley, 2004). Menurut Kriegler (1999) komponen berpikir aljabar sebagai alat berpikir matematis terdiri atas tiga kemampuan, yaitu kemampuan pemecahan masalah, kemampuan representasi, dan kemampuan penalaran kuantitatif.

Salah satu kemampuan dalam berpikir aljabar adalah kemampuan penalaran kuantitatif yaitu kemampuan untuk menganalisis masalah dan membuat kalkulasi-kalkulasi guna mengidentifikasi pola, dan hubungan antar kasus-kasus dalam masalah matematika yang diberikan kepada siswa. Salah satu bagian dari kemampuan penalaran kuantitatif adalah kemampuan penalaran induktif. Kemampuan penalaran induktif adalah kemampuan untuk melakukan pemeriksaan terhadap kasus khusus, mengidentifikasi pola dan hubungan di antara kasus-kasus tersebut, dan mengeneralisasi pola dan hubungannya.

Kemampuan penalaran kuantitatif adalah kemampuan yang fundamental agar siswa sukses dalam pembelajaran matematika (Kieran & Chalouh, 1993). Namun demikian, fakta di lapangan menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang memiliki kemampuan penalaran matematis yang rendah (Saputra & Zulmaulidia, 2021; Kotto, Babys, & Gella, 2022). Beberapa faktor yang mempengaruhi adalah karena peserta didik tidak dibiasakan untuk berlatih memecahkan masalah matematika yang berkaitan dengan penalaran matematis di kelas. Soal-soal yang diberikan kepada siswa hanya soal-soal yang lebih menekankan pada pelaksanaan prosedur dan kalkulasi. Selain itu kesalahan penggunaan model dan metode pembelajaran membuat peserta didik tidak memperoleh pengalaman yang cukup untuk memiliki kemampuan penalaran kuantitatif yang baik (Faruq, Yuwono, & Chandra, 2016; Nurfitriyanti, 2016;

Sumartini, 2016). Pengetahuan dan kalkulasi prosedural sangatlah penting dalam matematika, namun lebih dari itu matematika adalah ilmu yang menekankan pada pembentukan kemampuan berpikir terutama dalam hal pembentukan penalaran siswa. Oleh karena itu, sudah selayaknya peserta didik dibiasakan untuk berhadapan dengan masalah-masalah yang berkaitan dengan penalaran matematis khususnya penalaran kuantitatif.

Terdapat beberapa penelitian yang berkaitan dengan analisis dan peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa. Seperti penelitian Saputra dan Zulmaulida (2021) untuk melihat gambaran-gambaran tentang kemampuan penalaran deduktif siswa secara terstruktur, terukur, yang akurat dan kebaruan yang berhubungan dengan paparan masalah yang diteliti. Kemudian penelitian oleh Fu'adiah (2022) untuk mendeskripsikan proses pengembangan perangkat tes kemampuan penalaran kuantitatif dan kualitas tes kemampuan penalaran kuantitatif untuk siswa kelas VI MI/SD yang telah dikembangkan. Selain itu ada juga penelitian Kotto, Babys, Julinda, dan Gella (2022) untuk meningkatkan kemampuan penalaran siswa melalui model pembelajaran PBL.

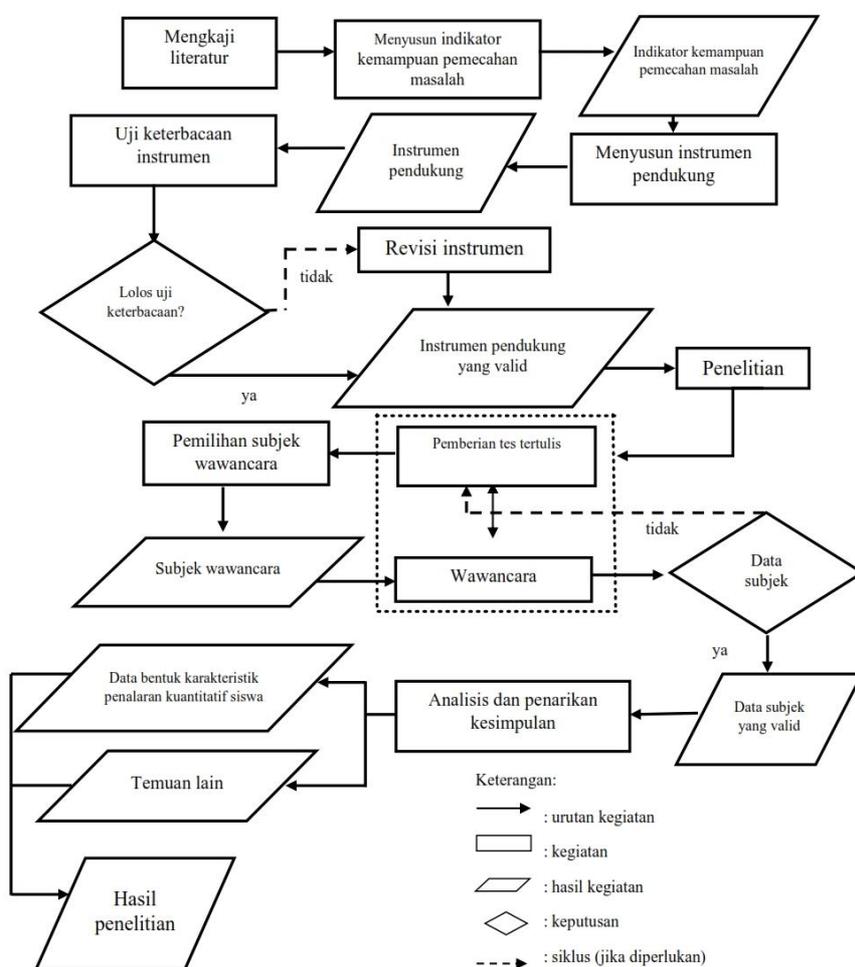
Beberapa penelitian yang dipaparkan telah membahas gambaran tentang kemampuan penalaran matematis siswa, pengembangan tes kemampuan penalaran dan penerapan model pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa, namun demikian belum ada penelitian untuk memperoleh gambaran dan karakteristik kemampuan penalaran siswa khususnya penalaran kuantitatif. Penelitian yang dimaksud perlu dilakukan pada tingkat akhir jenjang sekolah dasar (SD) dan pada tingkat awal sekolah menengah pertama (SMP) pada interval ini terdapat perpindahan dari pembelajaran aritmatika menuju pembelajaran aljabar. Oleh karena itu pemilihan kedua jenjang tersebut dirasa tepat, agar peneliti dapat memahami transisi dan perubahan karakteristik penalaran kuantitatif siswa dari jenjang SD ke jenjang SMP. Berdasarkan pertimbangan tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan tujuan menganalisis dan memperoleh deskripsi karakteristik penalaran kuantitatif siswa dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari jenjang sekolah.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif, yaitu pendekatan yang bertujuan untuk memahami fenomena yang dialami oleh subjek penelitian yang terkait perilaku, persepsi, tindakan secara holistik dan dengan cara deskripsi kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang ilmiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah (Moleong, 2011). Jenis penelitian ini adalah studi fenomenologis yaitu studi yang menggambarkan apa yang seseorang terima, rasakan dan ketahui di dalam kesadarannya tentang pengalaman yang dialaminya. Apa yang muncul dari kesadaran itulah yang disebut sebagai fenomena (Hegel dalam Moustakas, 1994). Fokus utama

dalam fenomenologi adalah makna (Moran, 2000). Dalam penelitian ini, peneliti mendeskripsikan fenomena penalaran kuantitatif siswa ketika menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari jenjang sekolah.

Penelitian ini dilakukan di salah satu SD dan SMP di Kabupaten Bandung Provinsi Jawa Barat. Subjek penelitian ini adalah 34 siswa kelas VI sekolah dasar dan 34 siswa kelas VII sekolah menengah pertama. Kedua kelas penelitian yang dipilih adalah kelas yang heterogen, artinya kelas tersebut memiliki ketersebaran siswa yang berkemampuan tinggi, sedang dan rendah. Teknik analisis data yang digunakan adalah tes tertulis, wawancara dan dokumentasi. Tes tertulis berupa soal uraian, yang kemudian hasil tes tersebut dikonfirmasi dengan wawancara. Siswa yang diwawancara berjumlah 3 orang untuk masing-masing jenjang sekolah. 3 siswa tersebut mewakili siswa yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Prosedur penelitian diuraikan dalam *flowchart* berikut.



Gambar 1. Flowchart Prosedur Penelitian

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dipaparkan karakteristik penalaran kuantitatif siswa yang diuraikan masing-masing untuk jenjang sekolah dasar (SD) dan sekolah menengah pertama (SMP). Hasil dan pembahasan dipaparkan sebagai berikut:

3.1 Karakteristik Penalaran Kuantitatif Siswa SD

Untuk mengidentifikasi kareakteristik kemampuan penalaran kuantitatif siswa SD, masalah matematika yang digunakan adalah masalah yang berkaitan dengan konsep pola bilangan. Soal-soal ini ingin melihat bagaimana siswa menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan generalisasi pola. Soal-soal yang diberikan disajikan pada tabel berikut:

Tabel 1. Masalah Matematika Siswa SD

-
1. Perhatikan gambar-gambar berikut:
- 

Gambar 1



Gambar 2



Gambar 3



Gambar 4

...
- Berdasarkan gambar-gambar di atas, tentukanlah:
- Berapa banyak buah mangga pada gambar ke-5?
 - Berapa banyak buah mangga pada gambar ke-10?
 - Berapa banyak buah mangga pada gambar ke-100?
-
2. Perhatikan gambar-gambar berikut:
- 

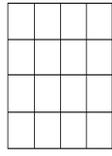
Gambar 1



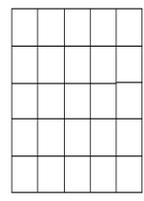
Gambar 2



Gambar 3



Gambar 4



Gambar 5

...
- Berdasarkan gambar-gambar di atas, tentukanlah:
- Berapa banyak persegi satuan pada gambar ke-6!
 - Berapa banyak persegi satuan pada gambar ke-12!
 - Berapa banyak persegi satuan pada gambar ke-150!
-

Dari total 34 siswa yang mengikuti tes tertulis, hanya ada 14 siswa yang berhasil menjawab soal nomor 1 dengan benar dengan presentase 41,18% dan hanya ada 11 siswa yang berhasil menjawab soal nomor 2 dengan benar dengan presentase 32,35%. Hal ini menunjukkan bahwa soal-soal ini cukup sulit untuk diselesaikan oleh siswa.

Untuk melihat karakteristik penalaran kuantitatif siswa, diambil beberapa sampel pekerjaan siswa untuk dilakukan analisis dan dilanjutkan dengan wawancara untuk mengkonfirmasi pekerjaan siswa tersebut.

Berdasarkan Gambar 2, terlihat bahwa siswa S1 mampu melakukan generalisasi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Generalisasi yang dilakukan oleh siswa tergolong dalam *non-symbolic generalization* (Radford, 2015), dimana dalam melakukan generalisasi siswa tidak melibatkan simbol atau lambang dalam konsep aljabar.

Gambar 1 = 3	Gambar 6 = 18	Gambar 11 = 33	Gambar 16 = 48
Gambar 2 = 6	Gambar 7 = 21	Gambar 12 = 36	Gambar 17 = 51
Gambar 3 = 9	Gambar 8 = 24	Gambar 13 = 39	Gambar 18 = 54
Gambar 4 = 12	Gambar 9 = 27	Gambar 14 = 42	Gambar 19 = 57
Gambar 5 = 15	Gambar 10 = 30	Gambar 15 = 45	Gambar 20 = 60
Gambar 21 = 63	Gambar 26 = 78	Gambar 31 = 93	$36 \times 3 = 108$
Gambar 22 = 66	Gambar 27 = 81	Gambar 32 = 96	$37 \times 3 = 111$
Gambar 23 = 69	Gambar 28 = 84	Gambar 33 = 99	$38 \times 3 = 114$
Gambar 24 = 72	Gambar 29 = 87	Gambar 34 = 102	$39 \times 3 = 117$
Gambar 25 = 75	Gambar 30 = 90	Gambar 35 = 105	$40 \times 3 = 120$
$41 \times 3 = 123$	$49 \times 3 = 147$	$57 \times 3 = 168$	$64 \times 3 = 192$
$42 \times 3 = 126$	$50 \times 3 = 150$	$58 \times 3 = 174$	$65 \times 3 = 195$
$43 \times 3 = 129$	$51 \times 3 = 153$	$59 \times 3 = 177$	$66 \times 3 = 198$
$44 \times 3 = 132$	$52 \times 3 = 156$	$60 \times 3 = 180$	$67 \times 3 = 201$
$45 \times 3 = 135$	$53 \times 3 = 159$	$61 \times 3 = 183$	$68 \times 3 = 204$
$46 \times 3 = 138$	$54 \times 3 = 162$	$62 \times 3 = 186$	$69 \times 3 = 207$
$47 \times 3 = 141$	$55 \times 3 = 165$	$63 \times 3 = 189$	$70 \times 3 = 210$
$48 \times 3 = 144$			
Jadi banyak buah mangga pada gambar ke-5 adalah 15			
jadi banyak buah mangga pada gambar ke-10 adalah 30			
dan banyak buah mangga pada gambar ke-100 adalah 300			

Gambar 2. Potongan Hasil Pekerjaan Salah Satu Siswa SD (S1) untuk Soal Nomor 1

Berdasarkan hasil pekerjaannya, terlihat bahwa siswa menggunakan representasi numerik untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Mula-mula untuk menjawab soal bagian (a) dan (b) siswa mendaftar satu per satu banyak buah manga dari gambar 1 sampai gambar 35, tanpa mencantumkan hubungan kuantitas di antara gambar-gambar tersebut. Namun, setelah mendaftar sampai gambar 35, siswa kemudian mampu menemukan pola dan hubungan kuantitas di antara gambar-gambar tersebut, kemudian menuliskan di gambar 36 ada $36 \times 3 = 108$ buah manga, di gambar 37 ada $37 \times 3 = 111$ buah mangga, dan seterusnya sampai gambar 69 siswa siswa masih mendaftar satu per satu dan menemukan bahwa ada $69 \times 3 = 205$ buah mangga. Kemudian karena merasa akan membuang waktu jika harus mendaftar satu per satu, siswa kemudian langsung menyimpulkan bahwa di gambar 100 ada $100 \times 3 = 300$ buah mangga. Hal ini menunjukkan bahwa siswa akhirnya mampu menemukan hubungan kuantitas di antara gambar-gambar dalam soal dan melakukan generalisasi menggunakan caranya sendiri. Di akhir pekerjaannya, untuk menjawab soal yang diberikan, siswa menyimpulkan bahwa di gambar 5 ada 15 buah mangga, di gambar 10 ada 30 buah mangga dan di gambar 100 ada 300 buah mangga.

Untuk mengkonfirmasi hasil pekerjaan siswa S1, peneliti melakukan wawancara dengan siswa yang bersangkutan. Potongan hasil wawancara tersebut dipaparkan sebagai berikut: Peneliti (P), Siswa (S).

P : Apa yang kamu pahami dari soal?

S1 : Kalau yang soal ini ditambah 3;

Jadi, Gambar 1 ada 3 buah manga; Gambar 2 bertambah 3 jadi 6; Gambar 3 bertambah 3 jadi 9; Gambar 4 bertambah 3 jadi 12!

- P : Sekarang, bagaimana kamu menjawab bagian (a)?
 S1 : 15 pak. Kan gambar ke-4 ada 12, jadi tinggal tambah 3 jadi 15.
 P : Sekarang, bagaimana kamu menjawab bagian (b)?
 S1 : Gambar 6 ada 18; Gambar 7 ada 21; ...dst
 Jadi, Gambar 10 ada 30 (siswa menjawab sambil merujuk ke pekerjaannya)
 P : Sekarang, bagaimana kamu menjawab bagian (c)?
 S1 : Ini kan ngak cukup, (sambil menunjuk pekerjaannya)!
 Jadi langsung aja gambar ke 100 tinggal $100 \times 3 = 300$!
 P : Dari mana kamu peroleh $100 \times 3 = 300$
 S1 : Ini kan, gambar 1 ada 3 dari 3×1 ; Gambar 2 ada 6 dari 3×2 ; Gambar 3 ada 9 dari 3×3 ; Gambar 4 ada 12 dari 3×4 ; Jadi, gambar ke 100 tinggal $100 \times 3 = 300$
 P : Oke. Kalau begitu, kalau bapak tanya gambar ke-200 ada berapa banyak buah
 170an?
 S1 : 3×200
 P : Kalau gambar ke-1000?
 S1 : 3×1000
 P : Apakah soal ini sulit buat kamu?
 S1 : Lumayan pak! Ada yang gampang, ada yang sulit!

Berdasarkan hasil wawancara, terbukti bahwa siswa S1 mampu mengkonfirmasi jawabannya dengan baik. Siswa menjelaskan mula-mula untuk menjawab soal bagian (a) dan (b) siswa hanya perlu menambahkan 3 buah mangga untuk tiap-tiap gambar. Siswa menjelaskan gambar 1 ada 3 buah mangga, gambar 2 bertambah 3 jadi 6, dan seterusnya sampai gambar 5 siswa menyimpulkan ada 15 buah mangga dan gambar 10 ada 30 buah mangga. Selanjutnya untuk menjawab soal bagian (c), siswa kemudian melakukan generalisasi setelah membuat hubungan di antara gambar-gambar dalam daftar yang telah siswa buat. Siswa kemudian menyimpulkan bahwa di gambar 100 akan ada $100 \times 3 = 300$ buah mangga. Kemudian, untuk menguji pemahaman siswa tentang generalisasi yang telah dibuat, peneliti memberikan pertanyaan “ada berapa banyak buah mangga pada gambar 200”, siswa dengan cekatan menjawab 3×200 . Berikutnya, ketika ditanya “ada berapa banyak buah mangga pada gambar 1000”, siswa menjawab 3×1000 . Sehingga peneliti menganggap bahwa siswa telah memahami dengan baik generalisasi yang dibuatnya. Ketika ditanya apakah soal ini sulit atau tidak, siswa S1 menjawab “ada yang gampang, ada yang sulit”.

No	Proses	Jumlah
1	$6 \times 6 = 36$	36 < Persegi satuan
2	$12 \times 12 = 144$	144 < Persegi satuan
3	$180 \times 180 = 22500$	22500 < Persegi satuan

Jadi Gambar ke 6 ada 36 Persegi satuan
 Jadi Gambar ke 12 ada 144 Persegi satuan
 Jadi Gambar ke 180 ada 22500 Persegi satuan

Gambar 3. Potongan Hasil Pekerjaan Salah Satu Siswa SD (S2) untuk Soal Nomor 2

Berikut akan disajikan hasil pekerjaan siswa untuk soal nomor 2. Berdasarkan Gambar 3, terlihat bahwa siswa S2 mampu melakukan generalisasi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Serupa dengan generalisasi yang digunakan siswa S1 sebelumnya, generalisasi yang ditunjukkan dalam Gambar 3 tergolong dalam *non-symbolic generalization* (Radford, 2014, 2015, 2018), dimana dalam melakukan generalisasi siswa tidak melibatkan simbol atau lambang dalam konsep aljabar.

Tabel yang dibuat siswa terdiri dari tiga kolom yaitu kolom nomor, proses dan jumlah (persegi satuan). Dalam kolom proses tertera proses atau operasi yang dilakukan oleh siswa dalam menentukan banyaknya persegi pada gambar 6, gambar 12 dan gambar 150. Sehingga berdasarkan proses tersebut dapat disimpulkan bahwa siswa mampu melakukan generalisasi dan menemukan hubungan kuantitas di antara gambar-gambar yang ada dalam soal. Sedangkan dalam kolom jumlah, tertera banyaknya persegi masing-masing gambar 6, gambar 12 dan gambar 150, sesuai dengan hasil operasi yang dilakukan siswa pada kolom proses. Kemudian di bagian luar tabel siswa menarik kesimpulan, sekaligus menjawab soal bagian (a), (b) dan (c).

Untuk mengkonfirmasi hasil pekerjaan siswa S2, peneliti melakukan wawancara dengan siswa yang bersangkutan. Potongan hasil wawancara tersebut dipaparkan sebagai berikut:

- P : *Bagaimana kamu memahami soal yang diberikan?*
 S2 : *Kan ini gambar ke-1 ada 1 dari $1 \times 1 = 1$; Gambar 2 itu ada $2 \times 2 = 4$ Gambar 3 itu ada $3 \times 3 = 9$; Berarti pada gambar ke-6 ada $6 \times 6 = 36$ persegi satuan!*
 P : *Kalau begitu ada berapa banyak persegi satuan pada gambar ke-12?*
 S2 : *$12 \times 12 = 144$*
 P : *Berarti gambar ke-150 ada berapa persegi satuan?*
 S2 : *$150 \times 150 = 22.500$*
 P : *Berarti gambar ke-300 ada berapa persegi satuan?*
 S2 : *$300???$*
 Berarti $300 \times 300!$
 P : *Apakah soal ini sulit untuk kamu?*
 S2 : *Sulit pak! Karena perkaliannya susah!*
 Perkalian $150 \times 150!$

Berdasarkan hasil wawancara, terkonfirmasi bahwa memang benar siswa S2 mampu melakukan generalisasi dengan baik. Dalam pernyataannya siswa menjelaskan bahwa pada gambar 1 ada 1 persegi satuan yang diperoleh dari perkalian 1×1 , kemudian pada gambar 2 ada 4 persegi satuan yang diperoleh dari perkalian 2×2 , dan pada gambar 3 ada 9 persegi satuan yang diperoleh dari perkalian 3×3 . Selanjutnya siswa langsung menyimpulkan bahwa di gambar 6 akan ada $6 \times 6 = 36$ persegi satuan. Begitupun ketika ditanya berapa banyak persegi satuan pada gambar 12, siswa langsung menjawab $12 \times 12 = 144$. Hal yang sama juga ketika siswa ditanya berapa banyak persegi satuan pada gambar 150, siswa langsung menjawab $150 \times 150 = 22.500$. Kemudian, untuk menguji pemahaman siswa tentang generalisasi yang telah dibuat, peneliti memberikan pertanyaan “ada berapa banyak buah mangga pada gambar 300”,

siswa kemudian menjawab 300×300 . Namun, ketika ditanya apakah soal ini sulit atau tidak, siswa menjawab “Ada yang gampang, ada yang sulit”.

3.2 Karakteristik Penalaran Kuantitatif Siswa SMP

Untuk mengidentifikasi karakteristik kemampuan penalaran kuantitatif siswa SMP, soal yang digunakan adalah soal nomor 3 dan nomor 4. Soal yang diberikan kepada siswa merupakan soal-soal yang berkaitan dengan konsep pola bilangan. Soal-soal ini ingin melihat bagaimana siswa menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan generalisasi pola. Soal-soal yang diberikan adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Masalah Matematika Siswa SMP

<p>3. Diketahui barisan bilangan: 1, 4, 9, 16, 25, ... Misalkan bilangan pertama pada barisan tersebut disebut suku pertama, bilangan kedua pada barisan tersebut disebut suku ke-2, bilangan ketiga pada barisan tersebut disebut suku ke-3, dan seterusnya. Bagaimana cara yang kamu gunakan untuk: (a) Menentukan suku ke-6 barisan tersebut! (b) Menentukan suku ke-11 barisan tersebut! (c) Menentukan suku ke-n barisan tersebut! (d) Dengan menggunakan jawaban bagian (c) tentukan suku ke-55 barisan tersebut!</p>
<hr/> <p>4. Diketahui barisan bilangan: 3, 5, 7, 9, 11, ... Misalkan bilangan pertama pada barisan tersebut disebut suku pertama, bilangan kedua pada barisan tersebut disebut suku ke-2, bilangan ketiga pada barisan tersebut disebut suku ke-3, dan seterusnya. Bagaimana cara yang kamu gunakan untuk (a) Menentukan suku ke-6 barisan tersebut! (b) Menentukan suku ke-12 barisan tersebut! (c) Menentukan suku ke-n barisan tersebut! (d) Dengan menggunakan jawaban bagian (c) tentukan suku ke-75 barisan tersebut!</p>

Dari total 34 siswa yang mengikuti tes tertulis, ada 21 siswa yang berhasil menjawab soal nomor 5 dengan benar dengan presentase 61,76%. Hal ini menunjukkan bahwa soal ini cukup mudah untuk diselesaikan oleh siswa. Sedangkan, hanya ada 1 siswa yang berhasil menjawab soal nomor 6 dengan benar dengan presentase 2,94%. Hal ini menunjukkan bahwa soal nomor 6 ini sulit untuk diselesaikan oleh siswa. Untuk melihat karakteristik penalaran kuantitatif siswa SMP, disajikan hasil pekerjaan siswa beserta hasil wawancara untuk mengkonfirmasi pekerjaan siswa sebagai berikut.

Berdasarkan Gambar 4, terlihat bahwa siswa S3 mampu melakukan generalisasi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Generalisasi yang dilakukan oleh siswa tergolong dalam *symbolic generalization* (Radford, 2015), dimana dalam melakukan generalisasi siswa melibatkan simbol atau lambang dalam konsep aljabar.

A. Jawab

suku 1 = 1 = 1×1
 suku 2 = 4 = 2×2
 suku 3 = 9 = 3×3
 suku 4 = 16 = 4×4
 suku 5 = 25 = 5×5
 suku 6 = 36 = 6×6

B. Jawab =

suku 7 = 49 = 7×7
 suku 8 = 64 = 8×8
 suku 9 = 81 = 9×9
 suku 10 = 100 = 10×10
 suku 11 = 121 = 11×11

C. Jawab = suku ke $n = n \times n = n^2$

D. Jawab = $55^2 = \text{suku } \# = 3.025$

Gambar 4. Potongan Hasil Pekerjaan Salah Satu Siswa SMP (S3) untuk Soal Nomor 3

Berdasarkan hasil pekerjaannya, terlihat bahwa siswa menggunakan representasi numerik dan representasi simbolik untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Mula-mula untuk menjawab soal bagian (a), siswa mendaftar satu per satu nilai dari suku ke-1 sampai suku ke-6, dengan menyertakan hubungan kuantitasnya. Siswa menuliskan, suku ke-1 = 1, yang diperoleh dari perkalian 1×1 ; suku ke-2 = 4, yang diperoleh dari perkalian 2×2 ; dan seterusnya siswa menyimpulkan bahwa suku ke-6 = 36, diperoleh dari perkalian 6×6 . Selanjutnya, untuk menjawab soal bagian (b), siswa melanjutkan daftar yang telah siswa buat sebelumnya, untuk menentukan nilai dari suku ke-11. Selanjutnya, untuk menentukan nilai dari suku ke- n , siswa kemudian melakukan generalisasi berdasarkan hubungan kuantitas dari daftar suku yang telah siswa buat. Siswa menuliskan bahwa nilai dari suku ke- $n = n \times n = n^2$. Hal ini menunjukkan bahwa siswa akhirnya mampu menemukan pola dan membuat hubungan kuantitas di antara kasus-kasus dan melakukan generalisasi. Di akhir pekerjaannya, untuk menjawab soal bagian (d), siswa kemudian mampu menggunakan generalisasi yang siswa buat untuk menentukan nilai suku ke-55 dengan benar.

Untuk mengkonfirmasi hasil pekerjaan siswa S3, peneliti melakukan wawancara dengan siswa yang bersangkutan. Potongan hasil wawancara tersebut dipaparkan sebagai berikut:

- P : Bagaimana kamu memahaminya?
- S3 : Di soal ada barisan 1, 4, 9, 16, 25. Terus diminta cari suku ke-6 barisan tersebut! Di soal hanya ada sampai suku ke-5 jadi kita harus cari suku yang ke-6.
- P : Oke. Bagaimana kamu menentukan suku ke-6?
- S3 : Yang pertama, suku pertama yaitu $1 = 1 \times 1$, suku ke-2 yaitu $4 = 2 \times 2$, suku ke-3 yaitu $9 = 3 \times 3$, suku ke-4 yaitu $16 = 4 \times 4$, suku ke-5 yaitu $25 = 5 \times 5$. Jadi, suku ke-6 nya $36 = 6 \times 6$!
- P : Oke baik, bagaimana dengan bagian (b)?
- S3 : Suku yang ke-11 berarti kita harus cari lagi, Suku ke-7 yaitu $49 = 7 \times 7$; Suku ke-8 yaitu $64 = 8 \times 8$; Suku ke-9 yaitu $81 = 9 \times 9$; Suku ke-10 yaitu $100 = 10 \times 10$; Jadi, suku ke-11 yaitu $121 = 11 \times 11$.
- P : Oke baik, tapi kenapa kamu harus mendaftarkan lagi? Kenapa tidak langsung saja suku ke-11 = $11 \times 11 = 121$?
- S3 : Pengen di tulis biar berurutan aja.
- P : Oke, bagaimana dengan bagian (c)?
- S3 : Suku ke- $n = n \times n = n^2$

- P : n itu menunjukkan apa sih?
 S3 : n itu bilangan yang menunjukkan suku ke berapa!
 P : Ohhh... begitu! Jadi kalau bapak tanya suku ke-100 jawabannya apa?
 S3 : Tinggal 100×100 pak!
 P : Oke, bagaimana dengan bagian (d)?
 S3 : Dengan menggunakan jawaban bagian (c), sehingga kita bisa ambil nilai n^2 , jadi $55^2 = 3.025!$

Berdasarkan hasil wawancara, terkonfirmasi bahwa siswa S3 mampu menjelaskan hasil pekerjaannya dengan baik. Terlihat bahwa siswa S3 mampu menemukan pola dan hubungan kuantitas berdasarkan kasus-kasus yang ada. Siswa kemudian merepresentasikan hubungan kuantitas tersebut ke dalam bentuk representasi numerik. Siswa membuat daftar suku satu per satu, sehingga masalah yang ada lebih mudah dipahami dan representasi tersebut dapat membantu siswa dalam menyelesaikan soal. Ketika ditanya mengapa siswa menggunakan representasi ini dalam menyelesaikan soal, siswa menjawab “supaya proses penyelesaiannya berurutan”. Selanjutnya, ketika ditanya apa yang dimaksud dengan “ n ”, siswa menjelaskan bahwa n adalah bilangan yang menunjukkan suku ke berapa. Oleh karena itu, untuk lebih memahami jawaban siswa, kemudian peneliti bertanya kepada siswa, berapa banyak persegi satuan pada gambar 100, siswa langsung menjawab “ 100×100 ”. Hal ini menjelaskan bahwa yang dimaksud siswa dengan “ n ” adalah variabel sebagai *generalized number* (Beeh, Rosjanuardi & Jupri, 2018) dalam konsep aljabar. Kemudian untuk menjawab bagian (d), siswa menjelaskan bahwa siswa menggunakan generalisasi yang telah dibuatnya untuk menentukan nilai dari suku ke-55. Selanjutnya, ketika siswa ditanya “apakah soal ini sulit atau tidak”, siswa menjawab “tidak”, karena menurut siswa, proses penyelesaiannya hanya menggunakan konsep perkalian. Selanjutnya, ketika ditanya apakah siswa pernah menyelesaikan soal seperti ini, siswa menjawab “belum”.

A. jawab: Suku 1 = $3 \times 1 = 3 \rightarrow 2 \times 1 + 1 = 3$
 Suku 2 = $5 \times 1 = 5 \rightarrow 2 \times 2 + 1 = 5$
 Suku 3 = $7 \times 1 = 7 \rightarrow 2 \times 3 + 1 = 7$
 Suku 4 = $9 \times 1 = 9 \rightarrow 2 \times 4 + 1 = 9$
 Suku 5 = $11 \times 1 = 11 \rightarrow 2 \times 5 + 1 = 11$
 Suku 6 = $13 \times 1 = 13 \rightarrow 2 \times 6 + 1 = 13$
 Suku 7 = $15 \times 1 = 15 \rightarrow 2 \times 7 + 1 = 15$

B. jawab: Suku 8 = $17 \times 1 = 17 \rightarrow 2 \times 8 + 1 = 17$
 Suku 9 = $19 \times 1 = 19 \rightarrow 2 \times 9 + 1 = 19$
 Suku 10 = $21 \times 1 = 21 \rightarrow 2 \times 10 + 1 = 21$
 Suku 11 = $23 \times 1 = 23 \rightarrow 2 \times 11 + 1 = 23$
 Suku 12 = $25 \times 1 = 25 \rightarrow 2 \times 12 + 1 = 25$

C. jawab: Suku $n = 2 \times n + 1 = 2n + 1$

D. jawab: suku ke 75 = $2 \times 75 + 1 = 151$

Gambar 5. Potongan Hasil Pekerjaan Salah Satu Siswa SMP (S4) untuk Soal Nomor 4

Berdasarkan Gambar 5, terlihat bahwa siswa S4 mampu melakukan generalisasi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Generalisasi yang dilakukan oleh siswa S4 tergolong dalam *symbolic generalization* (Radford, 2015), dimana dalam melakukan generalisasi siswa melibatkan simbol atau lambang dalam konsep aljabar.

Berdasarkan hasil pekerjaannya, terlihat bahwa siswa menggunakan representasi numerik dan representasi simbolik untuk menyelesaikan soal yang diberikan. Mula-mula untuk menjawab soal bagian (a), siswa mendaftar satu per satu nilai dari suku ke-1 sampai suku ke-7, dengan menyertakan hubungan kuantitasnya. Pada awalnya, siswa menuliskan suku ke-1 = 3, yang diperoleh dari perkalian $3 \times 1 = 3$. Tetapi kemudian siswa menemukan hubungan kuantitas yang lain yaitu 3 diperoleh dari $2 \times 1 + 1$; Selanjutnya, siswa menuliskan suku ke-2 = 5, yang diperoleh dari perkalian $5 \times 1 = 5$. Kemudian siswa menuliskan lagi 5 diperoleh dari $2 \times 2 + 1$; dan seterusnya siswa menyimpulkan bahwa suku ke-7 = 15, yang diperoleh dari perkalian $2 \times 7 + 1$. Selanjutnya, untuk menjawab soal bagian (b), siswa melanjutkan daftar yang telah siswa buat sebelumnya, untuk menentukan nilai dari suku ke-12. Selanjutnya, untuk menentukan nilai dari suku ke- n , siswa kemudian melakukan generalisasi berdasarkan hubungan kuantitas dari daftar suku yang telah siswa buat. Siswa menuliskan bahwa nilai dari suku ke- $n = 2 \times n + 1 = 2n + 1$. Hal ini menunjukkan bahwa siswa akhirnya mampu menemukan pola dan membuat hubungan kuantitas di antara kasus-kasus dan melakukan generalisasi. Di akhir pekerjaannya, untuk menjawab soal bagian (d), siswa kemudian mampu menggunakan generalisasi yang siswa buat untuk menentukan nilai suku ke-75 dengan benar.

Untuk mengkonfirmasi hasil pekerjaan siswa S4, peneliti melakukan wawancara dengan siswa yang bersangkutan. Potongan hasil wawancara tersebut dipaparkan sebagai berikut:

- P : Apakah kamu memahami soal yang diberikan?
 S4 : Paham pak!
 P : Bagaimana kamu memahaminya?
 S4 : Suku ke-1 ada $3 = 2 \times 1 + 1$; Suku ke-2 ada $5 = 2 \times 2 + 1$; Suku ke-3 ada $7 = 2 \times 3 + 1$; Suku ke-4 ada $9 = 2 \times 4 + 1$; Suku ke-5 ada $11 = 2 \times 5 + 1$; Suku ke-6 ada $13 = 2 \times 6 + 1$; Suku ke-7 ada $15 = 2 \times 7 + 1$
 P : Oke, ternyata kamu sudah temukan polanya! lanjutkan!
 S4 : Suku ke-8 ada $17 = 2 \times 8 + 1$; Suku ke-9 ada $19 = 2 \times 9 + 1$; Suku ke-10 ada $21 = 2 \times 10 + 1$; Suku ke-11 ada $23 = 2 \times 11 + 1$; Suku ke-12 ada $25 = 2 \times 12 + 1$
 P : Oke baik. Sekarang suku ke- n itu berapa?
 S4 : $2 \times n + 1$!
 P : Oke baik. n itu apa sebenarnya?
 S4 : n itu bilangan yang menunjukkan suku ke berapa! Sama kayak tadi!
 P : Oke, bagaimana dengan bagian (d)?
 S4 : Suku ke-75 = $2 \times 75 + 1 = 151$!
 P : Baik. Jadi kalau bapak tanya suku ke-100 jawabannya apa?
 S4 : Tinggal $2 \times 100 + 1$ pak!

Berdasarkan hasil wawancara, terkonfirmasi bahwa siswa S4 mampu menjelaskan hasil pekerjaannya dengan baik. Terlihat bahwa siswa mampu menemukan pola dan hubungan kuantitas berdasarkan kasus-kasus yang ada. Siswa kemudian merepresentasikan hubungan kuantitas tersebut ke dalam bentuk representasi numerik. Siswa membuat daftar suku satu per satu, sehingga masalah yang ada lebih mudah dipahami dan representasi tersebut dapat membantu siswa dalam menyelesaikan soal. Ketika ditanya mengapa siswa menggunakan representasi ini dalam menyelesaikan soal, siswa menjawab “supaya proses penyelesaiannya

berurutan”. Selanjutnya, ketika ditanya apa yang dimaksud dengan “ n ”, siswa menjelaskan bahwa n adalah bilangan yang menunjukkan suku ke berapa. Oleh karena itu, untuk lebih memahami jawaban siswa, kemudian peneliti bertanya kepada siswa, berapa banyak persegi satuan pada gambar 100, siswa langsung menjawab “ $2 \times 100 + 1$ ”. Kemudian peneliti bertanya kepada siswa, berapa banyak persegi satuan pada gambar 300, siswa langsung menjawab “ $2 \times 300 + 1$ ”. Hal ini menjelaskan bahwa yang dimaksud siswa dengan “ n ” adalah variabel sebagai *generalized number* (Beeh, Rosjanuardi & Jupri, 2018) dalam konsep aljabar. Kemudian untuk menjawab bagian (d), siswa menjelaskan bahwa siswa menggunakan generalisasi yang telah dibuatnya untuk menentukan nilai dari suku ke-75.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

4.1. Karakteristik Penalaran Kuantitatif Siswa SD

Berdasarkan hasil analisis data diperoleh karakteristik penalaran kuantitatif siswa SD adalah sebagai berikut: 1) Siswa SD cenderung mampu menganalisis masalah dan menemukan hubungan kuantitas dalam soal-soal tentang kemampuan penalaran kuantitatif. 2) Siswa SD cenderung mampu menemukan pola, membuat hubungan antar kasus-kasus, dan melakukan generalisasi. 3) Generalisasi yang dilakukan siswa tergolong dalam *non-symbolic generalization*. 4) Untuk membantu melakukan generalisasi, siswa menggunakan representasi-representasi matematis, yaitu representasi visual dan representasi numerik.

4.2. Karakteristik Penalaran Kuantitatif Siswa SMP

Berdasarkan hasil analisis data diperoleh karakteristik penalaran kuantitatif siswa SD adalah sebagai berikut: 1) Siswa SMP cenderung mampu menganalisis masalah dan menemukan hubungan kuantitas dalam soal-soal tentang kemampuan penalaran kuantitatif. 2) Siswa SMP cenderung mampu menemukan pola, membuat hubungan antar kasus-kasus, dan melakukan generalisasi. 3) Generalisasi yang dilakukan siswa tergolong dalam *symbolic generalization*. 4) Untuk membantu melakukan generalisasi, siswa menggunakan representasi numerik.

5. REKOMENDASI

Penelitian ini hanya terbatas untuk menganalisis karakteristik penalaran kuantitatif siswa ditinjau dari jenjang sekolah, tanpa adanya perlakuan bagi siswa. Oleh karena diperlukan penelitian lanjutan yang dapat merancang pembelajaran matematika dari proses perencanaan, implementasi dan evaluasi, untuk meningkatkan kemampuan penalaran kuantitatif siswa pada kedua jenjang tersebut.

6. REFERENSI

- Astutiani, R., & Hidayah, I. (2019). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berdasarkan Langkah Polya.
- Beeh, H., Rosjanuardi, R., & Jupri, A. (2018). Investigating the misconception of students in initial algebra. *International Conference on Mathematics and Science Education*, 3, 733–738.
- Faruq, A., Yuwono, I., & Chandra, T. D. (2016). Representasi (eksternal-internal) pada penyelesaian masalah matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(2), 149–162.
- Fu'adiah, D. (2022). Pengembangan instrumen tes kemampuan penalaran kuantitatif bagi siswa kelas VI SDMI. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, IX(1), 45–67. <https://doi.org/10.30659/pendas.9.1.45-67>
- Hidayanto, E. (2013). Proses Berpikir Aritmatika dan Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Soal Cerita. *Prosiding Seminar Nasional Aljabar Dan Pembelajarannya, UM*, 173–177.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades : What Is It? *Mathematics Educator*, 8(1), 139–151. <https://doi.org/10.1080/13670050.2017.1323445>
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). Early Algebra, (March). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the transition from arithmetic to algebra. In Douglas T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics (pp. 178-192)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kotto, M. A., Babys, U., Julinda, N., & Gella, M. (2022). Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Melalui Model PBL (Problem Based Learning), 5(1), 24–27.
- Kriegler, B. S. (1999). Just what is algebraic thinking ? *California math council communicator*, 23(3), 32–35.
- Moleong, L.J. 2011. Metodologi penelitian kualitatif. Bandung: Remaja Rosdakarya
- Moran, D. (2000). *Introduction to Phenomenology*. London and New York: Roudledge.
- Nada, Y. H. et al. (2020). Characteristics of students ' mathematical representation in solving algebraic thinking problems Characteristics of students ' mathematical representation in solving algebraic thinking problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 1521(032009), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032009>
- Nurfitriyanti, M. (2016). Model Pembelajaran Project Based Learning Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika. *Jurnal Formatif*, 6(2), 149–160.
- Radford, L. (2015). The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education, (January 2015). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3>

- Samo, D. D., & Kartasasmita, B. (2017). Developing Contextual Mathematical Thinking Learning Model to Enhance Higher-Order Thinking Ability for Middle School Students. *International Education Studies*, 10(12), 17–29. <https://doi.org/10.5539/ies.v10n12p17>
- Saputra, E., & Zulmaulida, R. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Deduktif Pembelajaran Creative Problem Solving (CPS) Siswa pada, 7(2), 113–122.
- Seeley, C. L. (2004). President ' s Message A Journey in Algebraic Thinking. *NCTM NEWS BULLETIN*, (September), 2004.
- Sumartini, T. S. (2016). Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP Garut*, 5, 148–158.