



Identifikasi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal induksi matematika pada analisis real: perspektif teori kastolan

Nia Fadilla¹, Putri Andini¹, Nurul Masita¹, Elva Waniza¹, Sinta Marintan Sinaga¹, Michael Christian Simanullang²

¹ Mahasiswa Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan

² Dosen Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan

niafadila23@gmail.com

Diterima: 06-05-2025 Direvisi: 26-05-2025; Dipublikasi: 27-05-2025

Abstract

This study aims to identify and analyze the types of errors made by students in solving Mathematical Induction problems using Kastolan's theory. The analysis results are expected to clarify the specific difficulties faced by students and serve as a basis for improving the quality of mathematics education at the higher education level. This research employs a descriptive qualitative approach with ten sixth-semester students from the Mathematics Education Study Program at Universitas Negeri Medan as subjects. Data were collected through written tests, interviews, and documentation, and analyzed using the Miles and Huberman model, which includes data reduction, data display, and conclusion drawing. The results show that students made three main types of errors: procedural errors (50%), technical errors (27.27%), and conceptual errors (22.72%). Procedural errors were the most dominant, indicating a lack of understanding of the systematic steps required in inductive proofs. The primary cause of these errors was the students' insufficient comprehension of mathematical induction material during lectures. Therefore, a learning approach that emphasizes understanding logical structures and proof procedures is necessary to enhance the quality of mathematics instruction in higher education. Future studies are recommended to include additional variables that may influence student errors, such as conceptual understanding, problem-solving strategies, and learning styles.

Keywords: student errors; mathematical induction; Kastolan theory

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika menggunakan teori Kastolan. Diharapkan hasil analisis ini dapat memperjelas titik-titik kesulitan yang dihadapi mahasiswa serta menjadi dasar peningkatan mutu pembelajaran matematika di jenjang pendidikan tinggi. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif dengan subjek sepuluh mahasiswa semester VI Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan. Data diperoleh melalui tes tertulis, wawancara, dan dokumentasi, kemudian dianalisis menggunakan model Miles dan Huberman yang mencakup reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat tiga jenis kesalahan utama yang dilakukan mahasiswa, yaitu kesalahan prosedural (50%), kesalahan teknis (27,27%), dan kesalahan konseptual (22,72%). Kesalahan prosedural merupakan jenis kesalahan paling dominan, yang mencerminkan lemahnya pemahaman mahasiswa terhadap tahapan sistematis

dalam pembuktian induktif. Faktor utama penyebab kesalahan adalah belum dipahaminya materi induksi matematika secara mendalam dalam perkuliahan. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan pembelajaran yang lebih menekankan pada pemahaman struktur logika dan prosedur pembuktian untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di perguruan tinggi. Penelitian selanjutnya direkomendasikan untuk melibatkan variabel tambahan yang berpengaruh terhadap kesalahan mahasiswa, seperti tingkat pemahaman konsep, strategi penyelesaian soal, dan gaya belajar.

Kata Kunci: kesalahan mahasiswa; induksi matematika; teori kastolan

1. PENDAHULUAN

Pendidikan Merupakan kebutuhan fundamental bagi setiap individu, karena melalui proses pendidikan seseorang mengalami perubahan perilaku dan peningkatan kemampuan yang mengarah pada kemajuan diri serta pengembangan potensi secara optimal. Melalui pendidikan, pola pikir seseorang dapat berkembang untuk terus berinovasi dan melakukan perbaikan dalam berbagai aspek kehidupan demi meningkatkan kualitas diri (Ernawati & Ilhamuddin, 2020). Selain itu, pendidikan juga berperan strategis dalam peningkatan kualitas suatu bangsa, sehingga kemajuan suatu bangsa dapat dilihat dari tingkat kemajuan pendidikannya (Fitri et al., 2019).

Sebagai pilar utama dalam pembangunan individu dan masyarakat, pendidikan memungkinkan setiap individu memperoleh keterampilan, pengetahuan, dan nilai-nilai yang diperlukan dalam berkontribusi secara positif terhadap kehidupan ekonomi, sosial maupun budaya. Pendidikan berkualitas merupakan hak asasi manusia dan kunci menuju masa depan yang berkelanjutan. Di Indonesia, salah satu mata pelajaran yang tercantum dalam kurikulum sekolah adalah matematika. Sulistyaningsih dan Rakhmawati (2017) menyatakan bahwa matematika merupakan pelajaran wajib karena berfungsi penting dalam mengasah kemampuan berpikir logis dan analitis.

Matematika adalah salah satu bidang ilmu yang mempelajari angka, pola, ruang, serta perubahan (Sumargiyani & Ainurrahman, 2024). Ilmu ini menuntut adanya pembuktian yang sangat teliti dan ketat untuk setiap pernyataannya. Matematika adalah salah satu disiplin ilmu yang terdapat di setiap tahapan pendidikan. Hal ini menunjukkan betapa pentingnya matematika untuk dipelajari sebagai fondasi ilmu pengetahuan. Pembelajaran matematika sangat berkaitan dengan keteraturan antara unsur-unsur yang terstruktur, serta konsep yang terstruktur secara hierarkis (Rahmawati et al., 2021).

Matematika merupakan salah satu cara untuk memecahkan persoalan, di mana melalui proses belajar dan mengajar matematika, siswa dapat mengasah kemampuan mereka dalam menyelesaikan berbagai persoalan matematika yang kompleks secara luas. Dalam menyelesaikan persoalan matematika, diperlukan prosedur atau langkah-langkah yang terstruktur dan sistematis agar solusi dapat ditemukan. Sejalan dengan hal tersebut,

tujuan dari pembelajaran matematika yaitu untuk melatih pola pikir yang sistematis, kritis, kreatif, logis, serta konsisten (Laja, 2020).

Tujuan dari pembelajaran matematika merupakan untuk meningkatkan kemampuan dalam memecahkan masalah matematika. Pada proses pemecahan masalah tersebut, tidak hanya membutuhkan kemampuan menyelesaikan soal, tetapi juga harus memiliki cara berpikir yang baik (Wahyuningsih et al., 2019). Proses berpikir ini dapat terlihat dari langkah-langkah pengerjaan soal dan urutan jawaban yang mereka tulis.

Salah satu materi matematika yang memerlukan ketelitian dalam berpikir adalah induksi matematika. Induksi matematika adalah salah satu cara pembuktian yang dipakai untuk memverifikasi kebenaran sebuah teorema atau pernyataan dalam matematika, khususnya yang berkaitan dengan himpunan bilangan asli atau bilangan bulat positif. Metode ini diakui secara sah dalam dunia matematika (Saragih, 2014) dan melibatkan dua tahap utama, yakni langkah dasar (*basic step*) dan langkah induksi (*induction step*) (Hidayah et al., 2022). Proses pembuktian melalui metode ini tidak hanya menguji pemahaman konsep, tetapi juga melatih kemampuan analitis mahasiswa. Meskipun telah dikenalkan sejak jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA), banyak mahasiswa masih menghadapi kesulitan dalam mengerjakan soal-soal yang berhubungan dengan Induksi Matematika. Kesalahan-kesalahan tersebut, jika tidak segera ditangani, dapat terus menghambat pemahaman mahasiswa terhadap materi ini. Sehingga, diperlukan analisis terhadap kesalahan yang dilakukan mahasiswa agar dosen dapat merancang strategi pembelajaran yang lebih efektif (Hidayah et al., 2022).

Salah satu pendekatan yang digunakan, untuk menganalisis kesalahan dalam menyelesaikan soal adalah teori Kastolan, yang mengelompokkan kesalahan ke dalam tiga kategori utama: kesalahan konseptual, prosedural, dan teknikal (Firdaus et al., 2021; Noviani, 2019). Kesalahan konseptual muncul ketika mahasiswa salah memahami atau menerapkan definisi serta rumus. Kesalahan prosedural terjadi saat langkah-langkah penyelesaian tidak dirancang atau diterapkan dengan sistematis. Sedangkan kesalahan teknikal merujuk pada kesalahan dalam perhitungan selama proses penyelesaian soal. Pendekatan ini memberikan struktur yang jelas dalam menganalisis kesalahan mahasiswa (Lutfia & Zanthi, 2019).

Studi sebelumnya menunjukkan bahwa kegagalan mahasiswa yang sering terjadi pada saat mengerjakan soal-soal Induksi Matematika adalah pemahaman konsep serta kesalahan prosedur aturan Induksi Matematika. Hal ini sering terjadi karena kemampuan yang masih kurang dalam memahami konsep serta kurangnya pemahaman terhadap soal yang diberikan. Kesalahan yang sering dilakukan oleh mahasiswa disebabkan oleh beberapa faktor, antara lain kesalahan dalam menerapkan prosedur

yang telah direncanakan, kesalahan dalam perhitungan, serta ketidakmampuan dalam menyusun kesimpulan (Fajri et al., 2019).

Penelitian ini memiliki keunikan karena menggabungkan tiga aspek penting yang jarang dibahas secara bersamaan dalam penelitian sebelumnya, yaitu fokus pada kesalahan mahasiswa, konteks materi lanjutan seperti induksi matematika dalam analisis real, serta penggunaan teori Kastolan sebagai kerangka analisis. Penelitian ini menjadi penting karena materi induksi dalam analisis real bersifat abstrak dan fundamental dalam matematika tingkat lanjut, namun sering kali menjadi sumber kesulitan konseptual dan prosedural bagi mahasiswa. Dibandingkan dengan penelitian sebelumnya yang umumnya hanya mengkaji kesalahan pada level sekolah menengah atau berfokus pada aspek kognitif tanpa teori klasifikasi kesalahan yang jelas, penelitian ini menawarkan pendekatan yang lebih sistematis dan spesifik, sehingga dapat memberikan kontribusi yang signifikan terhadap perbaikan proses pembelajaran di jenjang perguruan tinggi.

Berdasarkan uraian sebelumnya, penelitian ini bertujuan untuk mengungkap dan mengevaluasi berbagai bentuk kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam proses penyelesaian soal Induksi Matematika menggunakan teori Kastolan. Diharapkan hasil dari analisis ini dapat memperjelas titik-titik kesulitan yang dihadapi mahasiswa dan menjadi dasar dalam peningkatan mutu pembelajaran matematika di jenjang pendidikan tinggi.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif. Penelitian difokuskan pada identifikasi jenis-jenis kesalahan dalam menyelesaikan soal prinsip induksi matematika melalui analisis jawaban yang didasarkan pada teori Kastolan. Penelitian dilakukan di Universitas Negeri Medan pada semester genap tahun ajaran 2025. Melibatkan 10 mahasiswa semester VI Program Studi Pendidikan Matematika yang tengah menempuh mata kuliah Analisis Real sebagai subjek penelitian. Subjek penelitian dipilih berdasarkan mahasiswa yang telah mempelajari materi prinsip induksi matematika dalam mata kuliah tersebut.

Penelitian ini menggunakan tiga instrumen, yaitu tes tertulis, wawancara, dan dokumentasi. Tes tertulis terdiri dari tiga soal uraian yang berfokus pada prinsip induksi matematika. Wawancara digunakan untuk memperoleh informasi tambahan terkait kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan soal. Dokumentasi digunakan untuk mendukung data mengenai kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa.

Analisis data dalam penelitian ini menggunakan teknik yang mengacu pada model Miles dan Huberman (dalam Sinaga, 2023), terdiri atas proses reduksi data, penyajian data secara sistematis, dan penarikan kesimpulan yang didukung verifikasi untuk menjamin

keabsahan hasil. Penelitian ini menggunakan indikator kesalahan yang dijelaskan berdasarkan tipe kesalahan menurut teori Kastolan, yang meliputi kesalahan konseptual, prosedural, dan teknis. Berikut dipaparkan tiga indikator kesalahan berdasarkan adaptasi dari (Ernawati & Ilhamuddin, 2020) pada Tabel 1.

Tabel 1. Indikator Kesalahan menurut Kastolan

Tipe Kesalahan	Indikator
1) Kesalahan Konseptual	a) Mahasiswa salah memahami makna n dalam pembuktian $S(n)$. b) Mahasiswa salah dalam menghubungkan $P(k) \Rightarrow P(k + 1)$. c) Mahasiswa salah dalam transisi dari n menjadi k dan $k + 1$.
2) Kesalahan Prosedural	a) Mahasiswa salah dalam menerapkan langkah-langkah induksi matematika. b) Mahasiswa tidak mencantumkan kesimpulan akhir dari pembuktian.
3) Kesalahan Teknis	a) Mahasiswa salah dalam memanipulasi aljabar. b) Mahasiswa salah dalam menghitung nilai operasi. c) Mahasiswa salah memindahkan konstanta atau variabel antara langkah-langkah.

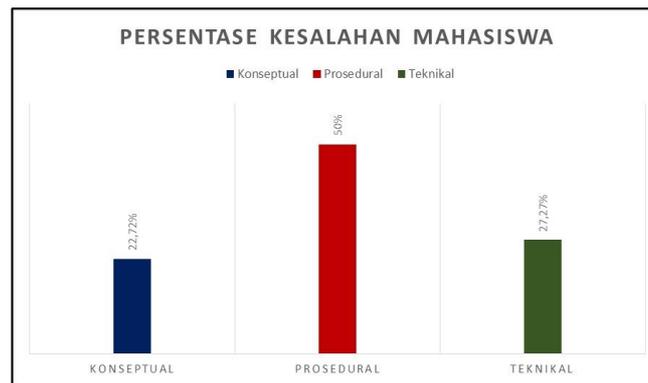
Untuk menghitung persentase kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam mengerjakan soal tertulis, dapat digunakan rumus berikut.

$$\text{Persentase Kategori kesalahan } X = \left(\frac{\text{Jumlah Kesalahan Kategori } X}{\text{Jumlah Total Kesalahan}} \right) \times 100\%$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil

Hasil analisis terhadap kesalahan penyelesaian soal induksi matematika oleh mahasiswa mengindikasikan bahwa ada tiga tipe kesalahan utama yang dilakukan, yaitu kesalahan konseptual, prosedural, dan teknis. Hasil analisis kesalahan ditunjukkan pada gambar 1.



Gambar 1. Persentase Kesalahan Mahasiswa

Berdasarkan persentase data pada Gambar 1, dari total 22 kesalahan yang teridentifikasi, kesalahan prosedural merupakan jenis kesalahan yang paling dominan dengan jumlah 11 kesalahan atau sebesar 50%. Kesalahan teknikal menempati urutan kedua dengan 6 kesalahan atau 27,27%, sedangkan kesalahan konseptual berjumlah 5 kesalahan atau 22,72%. Data ini diperoleh dari analisis jawaban sepuluh mahasiswa terhadap tiga soal induksi matematika. Distribusi kesalahan ini divisualisasikan dalam bentuk grafik batang pada Gambar 1 yang menggambarkan persentase masing-masing kategori kesalahan, memperlihatkan bahwa sebagian besar mahasiswa mengalami hambatan pada aspek prosedural dalam menyelesaikan soal induksi matematika.

1) Kesalahan Konseptual

Kesalahan konseptual terjadi saat mahasiswa salah memahami atau menerapkan konsep dasar dalam matematika. Kesalahan ini sering kali memengaruhi seluruh proses pembuktian, meskipun bentuk manipulasi aljabarnya tampak benar. Contoh berikut menunjukkan dampak dari kesalahan tersebut.

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{ Untuk } n = k+1 \\
 & \hookrightarrow \sum_{j=1}^{k+1} j^2 = \sum_{j=1}^k j^2 + (k+1) \\
 & \frac{2(k+1)(k+2)(2k+3)}{12} = \frac{2k(k+1)(2k+1)}{12} + (k+1) \\
 & \frac{2(k+1)(k+2)(2k+3)}{12} = \frac{2k(k+1)(2k+1) + 12(k+1)}{12} \\
 & \frac{2(k+1)(k+2)(2k+3)}{12} = \frac{2(k+1)[k(2k+1) + 6]}{12} \\
 & \frac{2(k+1)(k+2)(2k+3)}{12} \neq \frac{2(k+1)(2k^2 + k + 6)}{12} \quad (\text{Tidak terbukti}).
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Kesalahan konseptual

Mahasiswa salah dalam menuliskan bentuk kuadrat pada bagian $\sum_{j=1}^{k+1} j^2 = \sum_{j=1}^k j^2 + (k+1)$, seharusnya $\sum_{j=1}^{k+1} j^2 = \sum_{j=1}^k j^2 + (k+1)^2$. Kesalahan ini sangat penting karena ia hanya

menambahkan $(k+1)$ saja bukan kuadratnya, padahal yang sedang dijumlahkan adalah kuadrat dari bilangan bulat. Akibat kesalahan konsep ini, seluruh perhitungan aljabar berikutnya menjadi salah arah. Meskipun manipulasi aljabarnya terlihat rapi, semua didasarkan pada ekspresi yang salah. Dari hasil wawancara yang diperoleh, mahasiswa terlalu fokus pada manipulasi aljabar (misalnya menggabung dan menyederhanakan suku) dan lupa memastikan bahwa bentuk awalnya sudah benar secara konseptual.

Selain kesalahan di atas, terdapat pula bentuk kesalahan konseptual lainnya yang menunjukkan lemahnya pemahaman mahasiswa terhadap prinsip dasar dalam pembuktian induksi matematika.

1. Bentuk Pernyataan bentuk: $P(n) = 2^n < 2^{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ menggunakan induksi matematika

Pada:

langkah 1:

membuktikan $P(1) = 2^1 < 2^{1+1}$
 $= 2 < 2^2$
 $= 2 < 4$ (benar)

langkah 2:

membuktikan $P(k)$ benar $P(k+1)$ benar

$P(k) = 2^k < 2^{k+1}$
 $P(k=1) = 2^1 < 2^{1+1}$
 $2 < 4$ (benar)

Jadi terbukti $P(n) = 2^n < 2^{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Gambar 3. Kesalahan konseptual

Mahasiswa salah memahami makna dari langkah induksi. Seharusnya mengasumsikan $P(k): 2^k < 2^{k+1}$ benar untuk suatu nilai k . Lalu membuktikan $P(k+1): 2^{k+1} < 2^{k+2}$. Namun mahasiswa malah mengulang langkah basis (memasukkan $k = 1$ lagi) pada langkah ini. Mahasiswa belum memahami struktur logika induksi matematika dengan benar. Mahasiswa belum memahami perbedaan antara langkah basis dan langkah induksi. Ia keliru mengira bahwa setiap langkah dalam pembuktian induksi harus dimulai dari memasukkan nilai tertentu (seperti $k = 1$), padahal pada langkah induksi seharusnya diasumsikan $P(k)$ benar, kemudian digunakan untuk membuktikan $P(k + 1)$. Ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami struktur logika "jika-maka" dalam pembuktian induktif.

2) Kesalahan Prosedural

Selain kesalahan konseptual, ditemukan pula kesalahan prosedural dalam menyelesaikan soal pembuktian induksi matematika. Kesalahan prosedural terjadi ketika mahasiswa tidak mengikuti tahapan pembuktian induktif secara sistematis dan lengkap. Mahasiswa seringkali terburu-buru melompat ke langkah pembuktian tanpa menyatakan asumsi induksi terlebih dahulu atau tidak menjelaskan keterkaitan logis antar langkah. Hal tersebut menggambarkan bahwa mahasiswa belum memahami pentingnya struktur dan alur pembuktian dalam metode induksi matematika.

② $P(1) = 5^1 > 4(1)$
 $5 > 4$ benar

 $P(k+1) = 5^{k+1} > 4(k+1)$ -ⁿ- Buktikan
 $= 5^{k+1} = 5 \times 5^k > 5 \times 4k = 20k$
 $20k > 4(k+1)$
 $20k > 4k + 4$
 $20k - 4k > 4$
 $16k > 4$
 $k \geq 1$, maka $16k > 16 > 4$
 Maka $P(k+1)$ benar Terbukti

Gambar 4. Kesalahan prosedural

Mahasiswa mengabaikan langkah menyatakan asumsi $P(k)$ sebagai benar dan langsung melanjutkan ke pembuktian $P(k+1)$. Ia menerapkan langkah induktif tanpa menyatakan hipotesis induksi. Selain itu, subjek tidak menjelaskan keterkaitan antara $n = k$ dan $n = k+1$ dalam proses pembuktian induktif. Mahasiswa juga menyatakan bahwa rumus telah terbukti, padahal tidak menyajikan proses pembuktiannya secara lengkap. Berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa belum terbiasa dengan pembuktian matematis yang runtut, sehingga menganggap bahwa menuliskan hasil akhir yang sesuai sudah cukup sebagai bukti. Mahasiswa mengira bahwa jika ia sudah bisa menunjukkan satu bentuk yang benar secara numerik atau aljabar, maka itu otomatis membuktikan rumus, padahal ia belum mengaitkan secara logis antara langkah asumsi dan pembuktian pada langkah $k+1$.

Berikut ini disajikan contoh lain dari kesalahan prosedural yang juga sering dijumpai dalam proses pembuktian induksi matematika.

① $P(1) = 2^1 < 2^{1+1}$
 $2 < 2^2$
 $2 < 4$ benar
 $P(k) = 2^k < 2^{k+1}$
 $= 2^{k+1} < 2^{k+2}$ Benar
 $P(k)$ benar $\rightarrow P(k+1)$ benar Maka terbukti

Gambar 5. Kesalahan prosedural

Mahasiswa tidak menjelaskan keterkaitan antara $n = k$ dan $n = k+1$ saat menyusun langkah induktif. Asumsi bahwa $P(k)$ benar disampaikan di bagian akhir pembuktian untuk mendukung kebenaran $P(k+1)$, padahal seharusnya langkah tersebut disampaikan di awal sebagai dasar pembuktian. Urutan pembuktian yang tidak sesuai ini mengakibatkan langkah pembuktian menjadi salah. Mahasiswa belum memahami bahwa hipotesis induksi $P(k)$ harus diasumsikan benar di awal sebelum digunakan untuk

membuktikan $P(k+1)$. Karena itu, ia malah menyampaikannya di akhir sebagai kesimpulan, bukan sebagai asumsi dasar.

3) Kesalahan Teknikal

Selain kesalahan konseptual dan prosedural, kesalahan teknis juga ditemukan dalam penyelesaian soal pembuktian induksi matematika. Kesalahan teknis mengacu pada kesalahan dalam operasi simbolik, manipulasi aljabar, atau perhitungan yang digunakan dalam proses pembuktian. Berdasarkan perspektif Teori Kastolan, kesalahan ini muncul pada tahap implementasi strategi, yaitu saat mahasiswa sudah memahami konsep dan prosedur, tetapi gagal dalam menerapkannya secara teknis.

1. Langkah 1 : $P(1)$ yaitu $2^1 < 2^{1+1}$ atau $2 < 4$
 Langkah 2 :
 $P(k) = 2^k < 2^{k+1}$ (benar)
 $P(k) = 2 \times 2^k < 2 \times 2^{k+1}$
 $P(k) = 2^{k+1} < 2^{k+2}$
 $P(k) = P(k+1)$

Gambar 6. Kesalahan teknis

Mahasiswa melakukan kesalahan teknis dalam menyatakan keterkaitan antara $P(k)$ dan $P(k+1)$. Pernyataan yang seharusnya berbentuk “jika $P(k)$ benar, maka $P(k+1)$ juga benar” dituliskan secara keliru sebagai $P(k) = P(k+1)$. Ketidaktepatan ini menyebabkan kesalahan pada hasil akhir pembuktian. Kesalahan semacam ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami struktur logis dari langkah induktif yang bersifat implikatif, bukan ekuivalensi. Dalam konteks pembuktian induksi, bentuk $P(k) = P(k+1)$ tidak tepat karena menyiratkan kesetaraan mutlak antara dua pernyataan, bukan hubungan sebab-akibat yang diharapkan dalam proses induksi. Kesalahan ini menggambarkan lemahnya pemahaman terhadap dasar logika matematika dan mencerminkan ketidaktepatan dalam menyusun argumen formal.

2. Bukt :
 $\rightarrow P(1) : 5^1 > 4(1)$
 $5 > 4$ (benar)
 $\rightarrow P(k) = 5^k > 4k$ (benar)
 $P(k+1) = 5^{k+1} > 4(k+1)$
 $5^k \cdot 5 > 4k + 4$
 $20^k > 4k + 4$ (Tidak terbukti)

Gambar 7. Kesalahan teknis

Berikut ini disajikan contoh lain dari kesalahan teknis yang dijumpai dalam proses pembuktian induksi matematika. Mahasiswa membuat kesalahan teknis saat menyelesaikan operasi aljabar dalam langkah induktif. Kesalahan ini tidak hanya bersifat teknis semata, tetapi juga diperparah oleh kesalahan prosedural dan konseptual yang menyertainya. Akibat dari kombinasi kesalahan tersebut, subjek menyimpulkan bahwa pernyataan matematika yang seharusnya terbukti benar untuk semua $n \geq 1n$, justru dianggap tidak terbukti. Padahal, kesalahan tersebut tidak terletak pada kebenaran pernyataannya, melainkan pada cara subjek memanipulasi bentuk aljabar dan menyusun langkah-langkah pembuktian.

3.2 Pembahasan

Berdasarkan hasil wawancara, diperoleh informasi bahwa alasan utama mereka melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal pembuktian induksi matematika adalah karena materi tersebut belum dibahas secara mendalam dalam mata kuliah Analisis Real. Beberapa mahasiswa menyatakan bahwa topik induksi matematika belum dipelajari secara komprehensif atau belum menjadi fokus pembelajaran saat soal diberikan. Hal ini menunjukkan bahwa keterbatasan pemahaman terhadap materi turut berkontribusi terhadap terjadinya kesalahan dalam menyelesaikan soal. Berdasarkan data yang diperoleh, jenis kesalahan yang paling dominan adalah kesalahan prosedural, dengan jumlah 11 kesalahan atau sebesar 50% dari total kesalahan yang ditemukan. Kesalahan teknis menempati urutan kedua dengan 6 kesalahan atau 27,27%, sedangkan kesalahan konseptual berjumlah 5 kesalahan, yang setara dengan 22,72%.

Hasil ini selaras dengan dengan temuan dari studi yang dilakukan oleh Romadlona (2022), yang menyimpulkan bahwa ketidakpahaman terhadap konsep serta tahapan induksi matematika menjadi jenis kesalahan yang paling dominan dalam penyelesaian soal-soal induktif. Penelitian tersebut menekankan bahwa lemahnya pemahaman terhadap struktur logika dan aturan induksi menyebabkan mahasiswa kesulitan dalam menyusun argumen pembuktian yang valid. Hasil serupa juga ditemukan dalam penelitian Rusdiantoro (2020), yang menunjukkan bahwa jenis kesalahan yang paling sering dialami siswa saat mengerjakan soal induksi matematika adalah kesalahan prosedural, terutama dalam menjawab soal secara sistematis dan dalam menarik kesimpulan yang tepat. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Fajri et al. (2019) juga mendukung temuan ini, di mana jenis kesalahan yang paling umum dijumpai dalam pengerjaan soal induksi matematika adalah kesalahan konseptual dan prosedural. Hal ini sejalan juga dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Ismawati et al. (2023) yang menunjukkan bahwa peserta didik melakukan jenis kesalahan, yaitu kesalahan konseptual, prosedural, dan teknis dalam menyelesaikan soal induksi matematika. Di antara ketiganya, kesalahan prosedural merupakan jenis kesalahan yang paling dominan. Keempat penelitian tersebut menunjukkan adanya pola yang konsisten mengenai dominasi kesalahan prosedural dan konseptual dalam pembelajaran induksi matematika, baik pada konteks sekolah menengah maupun pendidikan tinggi.

Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwasanya penguasaan yang kurang mendalam mengenai gagasan dasar dan prosedur induksi matematika, serta keterbatasan latihan dalam menyusun pembuktian secara logis dan sistematis, menjadi faktor utama yang menyebabkan mahasiswa melakukan berbagai jenis kesalahan. Oleh karena itu, penting bagi dosen untuk memberikan penekanan khusus pada pembelajaran konsep dasar dan tahapan prosedural dalam pembuktian induktif, agar mahasiswa dapat mengembangkan keterampilan berpikir logis dan argumentatif yang diperlukan dalam mata kuliah Analisis Real.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis terhadap kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika menggunakan teori Kastolan, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa cenderung melakukan tiga jenis kesalahan utama, yaitu kesalahan prosedural, konseptual, dan teknis. Di antara ketiganya, kesalahan prosedural merupakan jenis yang paling dominan. Hal ini menunjukkan bahwa banyak mahasiswa belum mampu menyusun langkah-langkah pembuktian induktif secara sistematis dan logis.

Selain itu, masih ditemukan kekeliruan dalam memahami konsep dasar induksi matematika serta kesalahan dalam teknik perhitungan, yang turut memperkuat gambaran bahwa mahasiswa menghadapi kendala baik dalam aspek pemahaman maupun penerapan. Temuan ini memperjelas titik-titik kesulitan yang dialami mahasiswa dan menunjukkan perlunya perbaikan dalam strategi pembelajaran. Maka perlu pendekatan pembelajaran yang lebih menekankan pada pemahaman struktur logika dan prosedur pembuktian secara utuh, agar mutu pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi dapat ditingkatkan secara optimal.

5. REKOMENDASI

Penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengkaji lebih dalam dengan melibatkan variabel lain yang memengaruhi kesalahan mahasiswa, seperti tingkat pemahaman konsep, strategi penyelesaian soal, atau gaya belajar. Selain itu, peneliti berikutnya juga dapat mengembangkan model pembelajaran atau media interaktif yang dirancang khusus untuk mengatasi kesalahan berdasarkan kategori dalam teori Kastolan. Pendekatan ini tidak hanya akan memperkaya wawasan tentang kesulitan mahasiswa, tetapi juga berkontribusi pada perbaikan proses pembelajaran matematika di perguruan tinggi secara lebih terarah dan efektif.

6. REFERENSI

- Ernawati, & Ilhamuddin. (2020). Deskripsi Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pokok Bahasan Induksi Matematika. *Delta-Pi: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 9(2). <https://doi.org/10.33387/dpi.v9i2.2274>
- Fajri, N., Nasriadi, A., & Nirmala, D. (2019). ANALISIS KESALAHAN KONSEP MAHASISWA PADA POKOK BAHASAN INDUKSI MATEMATIKA DI STKIP BINA BANGSA

- GESEMPENA BANDA ACEH. *Jurnal Numeracy*, 6(2), 164–171.
- Firdaus, E. F., Amalia, S. R., & Zumeira, A. F. (2021). Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Tahapan Kastolan dalam Menyelesaikan Soal Matematika. *Dialektika Pendidikan Matematika*, 8(1), 542–558.
- Fitri, N. W., Subarinah, S., & Turmuzi, M. (2019). Analisis Kesalahan Newman Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Turunan Pada Siswa Kelas XII. *MANDALIKA Mathematics and Educations Journal*, 1(2), 66. <https://doi.org/10.29303/mandalika.v1i2.1559>
- Hidayah, S., Laeli, S. N., & Hidayati, N. (2022). ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL INDUKSI MATEMATIKA Abstrak. *Jurnal Review Pendidikan Dan Pengajaran*, 5(1), 37–41.
- Ismawati, A. M., Saputri, I. F. D., & Suparman. (2023). *Analisis Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika di SMAN 1 Jetis Bantul*. 1348–1356.
- Laja, Y. P. W. (2020). Sebuah Studi Fenomenologi Mengenai Aturan Pindah Ruas Dalam Menyelesaikan Persamaan Linear Matematika. *Mandalika Mathematics and Educations Journal*, 2(1), 10–20. <https://doi.org/10.29303/jm.v2i1.1809>
- Lutfia, L., & Zanthi, L. S. (2019). Analisis Kesalahan Menurut Tahapan Kastolan Dan Pemberian Scaffolding Dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. *Journal On Education*, 1(03), 396–404.
- Noviani, J. (2019). Analisis Kesalahan Tahapan Kastolan Dan Pemecahan Masalah Model Polya Pada Mata Kuliah Matematika Finansial. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Al Qalasadi*, 3(1), 27–39. <https://doi.org/10.32505/qalasadi.v3i1.891>
- Rahmawati, A. R., Sudirman, S., & Rahardi, R. (2021). Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Fungsi dan Persamaan Polinomial. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(3), 2548–2559. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i3.893>
- Romadlona, A. F. (2022). Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Induksi. *Nuris Journal of Education and Islamic Studies*, 2(1), 33–37. <https://doi.org/10.52620/jeis.v2i1.20>
- Rusdiantoro, A. (2020). Identifikasi Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika dengan Teknik Analisi Miles dan Hubberman. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Karakter (JIPK)*, 5(2), 1–8.
- Sinaga, D. (2023). *Buku Ajar Metodologi Penelitian (Penelitian Kualitatif)*.
- Sumargiyani, & Ainurrahman, M. A. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Berdasarkan Tahapan Kastolan Materi Luas Daerah Bidang Datar. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 14(3), 828–837.
- Wahyuningsih, S., Sani, A., & Sudia, M. (2019). Analisis Proses Berpikir Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematik Ditinjau dari Gaya Kognitif dan Gender. *Jurnal Pembelajaran Berpikir Matematika*, 4(1), 121–132.