Mandalika Mathematics and Education Journal
Volume 7 Nomor 2, Juni 2025
e-ISSN 2715-1190||p-ISSN 2715-8292
DOI: http://dx.doi.org/10.29303/jm.v7i2.9370

Proses Berpikir Kritis Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah Investigasi Matematik

Tabita Wahyu Triutami[1], Eka Kurniawan[1], Nurul Hikmah[1], Gilang Primajati[1], Nyoman Lolly Tirta Sudibya[2]

[1]Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram
[2]Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Mataram, Mataram

tabita.triutami@unram.ac.id

Abstract
The ability to think critically is one of the abilities needed in the 21st century, so becoming a critical thinker is one of the goals of the education system in Indonesia. Until now, the information available regarding the description of the critical thinking process of prospective mathematics teachers is still very limited. On the other hand, mathematics learning at every level of education must provide opportunities to carry out mathematical investigation activities. The aim of this research is to describe students' critical thinking processes in solving mathematical investigation problems. This research is descriptive research that uses a mixed approach. The research results show that there are 4 stages of the cognitive process that students carry out when solving mathematical investigation questions in mathematical induction material, namely specialization, estimation/conjecturing, generalization, and justification. At the specialization stage, students tend to try several special cases to find general patterns. At the estimation/conjecturing stage, students tend to look for patterns from several existing special cases and then formulate them in general. At the generalization stage, students formulate the generally obtained patterns. Finally, at the justification stage, students prove the correctness of the formula obtained using mathematical induction. Several errors were found in this stage of the cognitive process, including conceptual errors and procedural errors.

Keywords: Critical Thinking Ability; Mathematical Investigation; Lombok Island Context; Mathematical Induction

Abstrak
Kemampuan berpikir kritis adalah salah satu kemampuan yang dibutuhkan di abad ke-21, sehingga menjadi seorang pemikir kritis merupakan salah satu tujuan sistem pendidikan di Indonesia saat ini. Hingga saat ini informasi yang tersedia mengenai deskripsi proses berpikir kritis calon guru matematika masih sangat terbatas. Di lain pihak, pembelajaran matematika dalam setiap jenjang pendidikan harus memberikan kesempatan untuk melakukan suatu kegiatan investigasi matematik. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan proses berpikir kritis mahasiswa dalam memecahkan masalah investigasi matematika. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang menggunakan metodologi pendekatan campuran. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat 4 tahapan proses kognitif yang dilakukan mahasiswa ketika memecahkan soal investigasi matematik pada materi induksi matematika, yaitu spesialisasi, pendugaan, generalisasi, dan justifikasi. Pada tahap spesialisasi, mahasiswa cenderung mencoba beberapa kasus khusus untuk dapat menemukan pola secara umum. Pada tahap pendugaan, mahasiswa cenderung mencari pola dari beberapa kasus khusus yang ada untuk kemudian dirumuskan secara umum. Pada tahap generalisasi, mahasiswa merumuskan

pola yang didapat secara umum. Terkahir, pada tahap justifikasi, mahasiswa membuktikan kebenaran rumus yang didapatkan dengan menggunakan induksi matematika. Beberapa kesalahan ditemukan dalam tahapan proses kognitif tersebut, antara lain kesalahan konseptual dan kesalahan procedural.

Kata Kunci: Kemampuan Berpikir Kritis; Investigasi Matematik; Konteks Pulau Lombok; Induksi Matematika

1. PENDAHULUAN

Kemampuan berpikir kritis adalah salah satu kemampuan yang dibutuhkan di abad ke-21, sehingga menjadi seorang pemikir kritis merupakan salah satu tujuan sistem pendidikan di Indonesia saat ini (As'ari, 2014; As'ari et al., 2017; Basri et al., 2019; Daso, 2013; Widana et al., 2018). Berpikir kritis sangat penting bagi siswa karena memungkinkan mereka memecahkan masalah dalam situasi sulit dan memiliki komunikasi yang efektif dan akurat (Basri et al., 2019). Berpikir kritis akan mendorong siswa untuk berpikir lebih dalam dan mampu memecahkan permasalahan di sekolah maupun dalam konteks kehidupan sehari-hari karena berpikir kritis tidak hanya diperlukan di dalam kelas tetapi juga dalam kehidupan sehari-hari (Jacob, 2012). Berpikir kritis diperlukan untuk melanjutkan pendidikan ke jenjang yang lebih tinggi dan hidup dengan damai, yaitu kita perlu menjadi pemikir kritis untuk memastikan bahwa kita tidak membuat penilaian yang salah dan menyesatkan di komunitas kita (As'ari, 2014; As'ari et al., 2017). Dengan kemampuan berpikir kritis, masyarakat akan mampu membedakan informasi yang benar dan hoax sehingga menyebabkan masyarakat tidak mudah tertipu oleh hoax. Selain itu, berpikir kritis juga melibatkan penalaran logis yang benar dan kemampuan memisahkan fakta dari opini (Chukwuyenum, 2013). Sejalan dengan hal tersebut, pekerja abad ke-21 tidak hanya membutuhkan kumpulan fakta yang lebih besar atau repertoar keterampilan khusus yang lebih besar, tetapi kapasitas untuk segera memperoleh pengetahuan baru, memecahkan masalah baru, dan menggunakan kreativitas dan pemikiran kritis dalam merancang pendekatan baru untuk masalah yang ada (Daso, 2013).

Di lain pihak, pembelajaran matematika dalam setiap jenjang pendidikan harus memberikan kesempatan untuk: 1) eksposisi oleh guru, 2) diskusi antara guru dan siswa serta antar siswa, 3) kerja praktek yang tepat, 4) latihan dan pemantapan keterampilan dasar dan rutinitas, 5) pemecahan masalah, dan 6) kegiatan investigasi matematik (Burghes, 1984; Grimison & Dawe, 2000; NCTM, 2000). Investigasi matematik merupakan penyelidikan terhadap situasi matematik yang disajikan oleh guru atau siswa yang dapat berupa pernyataan atau pertanyaan (Ernest, 2002), tugas terbuka, dan tugas terstruktur (Yeo et al., 2009). Proses penyelidikan dalam investigasi matematika bermanfaat dalam pengembangan dan pembentukan konsep dan ide matematik serta mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa (Ponte et al., 2003; Ponte & Matos, 1992). Melalui investigasi matematik, siswa diajak melakukan penyelidikan melalui eksplorasi untuk mengembangkan keterampilan pemecahan masalah (Diezmann et al., 2021; Subarinah, 2021a) dan berpikir kritis (Bucu, 2022; Sumarna et al., 2017). Berdasarkan penjelasan tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa soal-soal matematika yang berupa masalah investigasi matematik dapat digunakan sebagai instrument untuk mengetahui proses berpikir kritis mahasiswa calon guru matematika.

Proses kognitif dalam investigasi matematik adalah proses aktivitas mental dalam pikiran seseorang dalam menyelesaikan masalah (attack) yang meliputi tahap-tahap spesialisasi (specialization), pendugaan (conjecturing), justifikasi (justifying), dan generalisasi (generalization) (Bastow et al., 1984; Ernest, 1998; Stacey & Turner, 2015; Yeo & Yeap, 2009). Subarinah (Subarinah, 2021) dalam bukunya menjabarkan setiap langkahnya sebagai berikut: a) spesialisasi adalah suatu aktivitas untuk mengkaji suatu pertanyaan melalui pengujian terhadap contoh-contoh kasus. Dalam aktivitas ini siswa dapat menguji dengan contoh-contoh atau kasus khusus, mempresentasikan ide, membuat catatan penting atau asumsi-asumsi yang diperlukan agar soal dapat diselesaikan; b) pendugaan adalah aktivitas membuat dugaan/perkiraan/pola/konjektur yang akan digunakan untuk penyelidikan. Dalam aktivitas ini siswa dapat mengajukan dugaan yang bisa disertai dengan sistem pengodeannya, kemudian merumuskan hipotesis, dan menguji hipotesis dengan masalah yang terkait, terutama didahulukan pada satu aspek masalah yang menjadi fokus utama dalam penyelidikan. Dalam membuat dugaan, siswa dapat menggunakan daftar sistematis untuk memeriksa kasus-kasus tertentu dan atau penalaran induktif; c) generalisasi adalah aktivitas membuat kesimpulan dari pola atau keteraturan yang ditemukan dan telah diuji kebenarannya. Dalam aktivitas ini, siswa dapat membuat formulasi atau rumus umum, mengubah representasi jika diperlukan, dan menguji rumus umum yang dibuatnya dengan beberapa kasus khusus yang telah dikerjakannya; d) justifikasi adalah aktivitas untuk membuktikan kebenaran dugaan/perkiraan/pola/konjektur yang telah diajukan. Dalam aktivitas ini siswa dapat menggunakan salah satu bagian penyelesaian untuk menyelesaikan masalah yang lain yang saling terkait dan mengeliminasi jalur-jalur penyelesaian yang tidak relevan. Dalan melakukan aktivitas ini siswa dapat menggunakan representasi.

Salah satu aspek penting dalam mengembangkan soal-soal matematika adalah mempertimbangkan pemecahan masalah dalam berbagai konteks (Nusantara et al., 2021; Sáenz, 2009; Stacey, 2011). Konteks lokal Pulau Lombok, memiliki banyak potensi yang dapat dijadikan sebagai sumber referensi dalam membuat soal-soal investigasi matematik, salah satunya adalah budaya lokal masyarakat suku Sasak, seperti makanan tradisonal, upacara adat, tradisi, alat musik tradisonal, rumah adat tradisional, permainan tradisional, dan lain sebagainya. Sebelumnya, peneliti telah mengembangkan buku ajar dengan konteks budaya susuk Sasak dan didapatkan hasil bahwa buku dengan konteks lokal dapat meningkatkan kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa (Subarinah et al., 2021, 2022) dan instrument instrumen tes matematika sejenis pisa dengan konteks Pulau Lombok berorientasi kemampuan berpikir kritis.

Hingga saat ini informasi yang tersedia mengenai deskripsi proses berpikir kritis calon guru matematika masih sangat terbatas. Kajian yang ada terkait proses berpikir kritis, dalam bidang pendidikan matematika belum memberikan gambaran yang jelas tentang proses berpikir kritis calon guru matematika. Studi yang dilakukan sejauh ini sebagian besar mengenai implementasi suatu metode pembelajaran untuk meningkatkan atau mengidentifikasi faktor-faktor keterampilan berpikir kritis (Manurung et al., 2023; Rahmawati et al., 2022; Samura, 2019). Meskipun As'ari dkk (As'ari et al., 2017) telah melakukan penelitian tentang kemampuan berpikir kritis calon guru matematika, namun instrument penelitiannya belum terfokus pada soal investigasi matematika. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dideskripsikan tentang proses berpikir kritis mahasiswa dalam memecahkan masalah investigasi matematika dengan konteks Pulau Lombok.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang menggunakan metodologi pendekatan campuran (mixed method). Metode kuantitatif akan digunakan dalam tahap pengkategorian kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Kemudian digunakan metode kualitatif untuk mendeskripsikan proses berpikir kritis mahasiswa dalam memecahkan masalah investigasi matematika dengan konteks Pulau Lombok. Desain penelitian ini diadaptasi dari desain penelitian pendekatan campuran (mixed method) yang dikemukakan oleh Johnson & Christensen (Johnson & Christensen, 2004).

Subjek pada penelitian ini adalah mahasiswa semester 3 Program Studi Pendidikan Matematika yang sedang menempuh matakuliah teori bilangan. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah instrumen tes yang terdiri dari 2 soal investigasi matematik pada materi induksi matematika. Instrumen telah divalidasi oleh 2 orang ahli yang merupakan dosen Prodi Pendidikan Matematika. Instrumen penelitian dapat dilihat pada Gambar 1 berikut ini.

1. Berapakah jumlah dari 4 bilangan genap pertama? Bagaimana dengan jumlah 5 bilangan genap pertama, jumlah 6 bilangan genap pertama, jumlah 200 bilangan genap pertama dan jumlah n bilangan genap pertama?
   Untuk menetukan jumlah n bilangan genap pertama, cobalah untuk mengonjektur (membuat dugaan) untuk menemukan formula atau rumus untuk mencari jumlah dari n bilangan genap pertama!
   Jika sudah buktikan rumus atau formula yang kamu temukan dengan menggunakan induksi matematika!
   $$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2n = (\textit{rumus yang kalian peroleh})$$
2. Cobalah untuk mengonjektur (membuat dugaan) untuk menemukan formula atau rumus untuk menentukan hasil pemjulahan dari:
   $$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = (\textit{rumus yang kalian peroleh})$$
   Jika sudah buktikan rumus atau formula yang kamu temukan dengan menggunakan induksi matematika!

Gambar 1. Instrumen Tes Investigasi Matematik

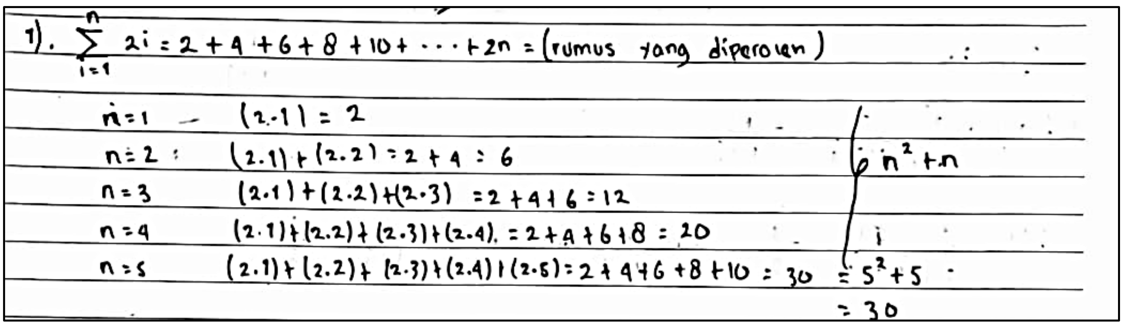
Analisis data kuantitatif dilakukan dengan menggunakan Ms. Excel. Sedangkan analisis data kualitatif menggunakan teknik yang dikemukakan oleh Johnson & Christensen (Johnson & Christensen, 2004), yaitu reduksi data, traskrip data, segmentasi, pengodingan, pengkategorian, dan penarikan kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Proses berpikir kritis yang dilakukan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Investigasi Matematika adalah sebagai berikut.

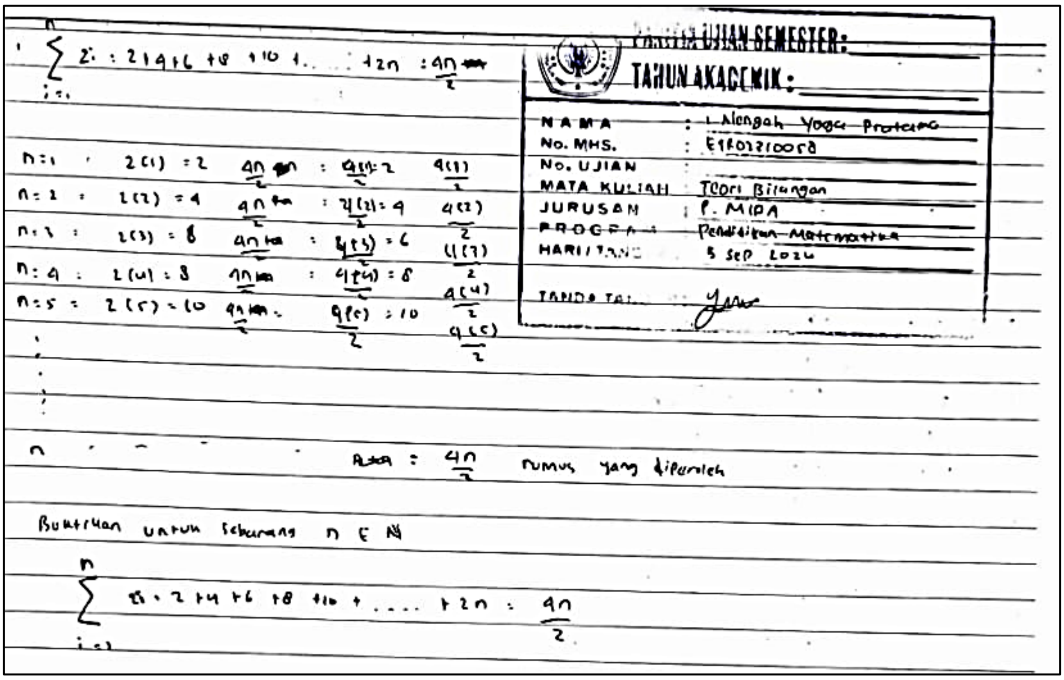
a. Spesialisasi (*Specialising*)

Berdasarkan hasil analisis data tes berupa soal investigasi matematik sebanyak 23 mahasiswa melakukan tahapan spesialisasi untuk soal nomor 1 dengan benar dan ada 1 mahasiswa yang belum dapat melakukan tahapan spesialisasi dengan benar. Untuk tahapan spesialisasi yang benar, mahasiswa memulai menyelesaikan soal dengan mencoba beberapa kasus-kasus khusus untuk jumlah 1 suku pertama bilangan genap sampai dengan jumlah 6 suku pertama bilangan genap. Pada saat $n = 1$ mahasiswa menemukan hasilnya $(2.1) = 2$, saat $n = 2$ mahasiswa menemukan hasilnya $(2.1 + 2.2) = 2 + 4 = 6$, saat $n = 3$ mahasiswa menemukan hasilnya $(2.1 + 2.2 + 2.3) = 2 + 4 + 6 = 12$, saat $n = 4$ mahasiswa menemukan hasilnya $(2.1 + 2.2 + 2.3 + 2.4) = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$, dan saat $n = 5$ mahasiswa menemukan hasilnya $(2.1 + 2.2 + 2.3 + 2.4 + 2.5) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$. Kemudian dari hasil tersebut mahasiswa mencari pola untuk mengonjektur suatu rumus untuk mencari jumlah n suku pertama bilangan genap. Spesialisasi merupakan suatu aktivitas untuk mengkaji suatu pertanyaan melalui pengujian terhadap contoh-contoh kasus. Dalam aktivitas ini siswa dapat menguji dengan contoh-contoh atau kasus khusus, mempresentasikan ide, membuat catatan penting atau asumsi-asumsi yang diperlukan agar soal dapat diselesaikan (Bastow et al., 1984; Ernest, 1998; Stacey & Turner, 2015; Yeo & Yeap, 2009). Rumus yang mereka temukan kemudian mereka buktikan kebenarannya dengan menggunakan induksi matematika. Berdasarkan langkah-langkah proses penyelesaian soal yang telah dilakukan mahasiswa, maka dapat disimpulkan bahwa semua mahasiswa telah melakukan tahapan spesialisasi pada soal nomor 1 dengan benar. Contoh jawaban mahasiswa yang benar dapat dilihat pada Gambar 4.2 berikut ini.


1). $\sum_{i=1}^{n} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2n =$ (rumus yang diperoleh)
$n = 1$ – $(2.1) = 2$
$n = 2$: $(2.1) + (2.2) = 2 + 4 = 6$
$n = 3$ $(2.1) + (2.2) + (2.3) = 2 + 4 + 6 = 12$
$n = 4$ $(2.1) + (2.2) + (2.3) + (2.4) = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$
$n = 5$ $(2.1) + (2.2) + (2.3) + (2.4) + (2.5) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$
$n^2 + n$
$= 5^2 + 5$
$= 30$

Gambar 4.2 Tahapan Spesialisasi 1 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

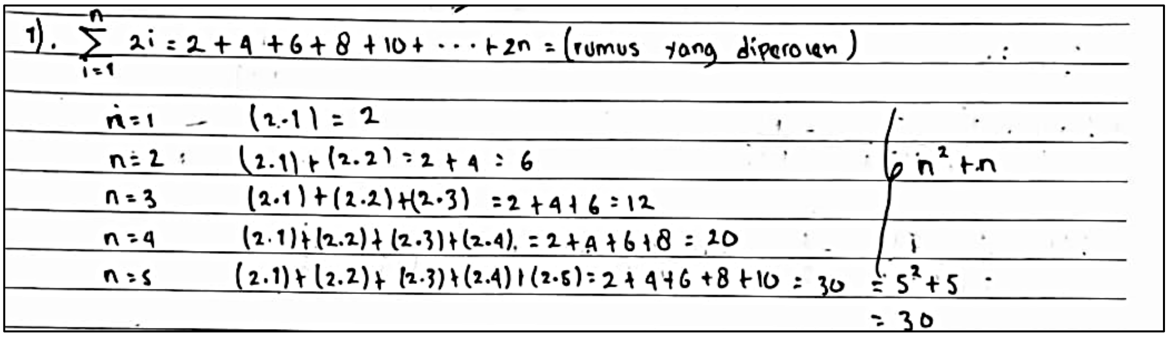
Sedangkan pada tahapan spesialisasi yang kurang tepat, pada saat $n = 1$ mahasiswa mendapatkan menemukan jawaban $2(1) = 2$, saat $n = 2$ mahasiswa menemukan jawaban $2(2) = 4$, saat $n = 3$ mahasiswa menemukan jawaban $2(3) = 6$, saat $n = 4$ mahasiswa menemukan jawaban $2(4) = 8$, dan saat $n = 5$ mahasiswa menemukan jawaban $2(5) = 10$. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa mahasiswa belum memahami maksud dari soal. Pada soal mahasiswa diminta untuk mencari jumlah n bilangan bulat pertama, tetapi mahasiswa hanya mendaftar bilangan bulat pertama sampai kelima. Dari hasil wawancara diketahui bahwa mahasiswa belum begitu memahami konsep dari notasi penjumlahan. Gambar 4.3 berikut ini adalah contoh jawaban mahasiswa yang kurang tepat.



Gambar 4.3 Tahapan Spesialisasi 2 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

b. Pendugaan (*Conjecturing*)

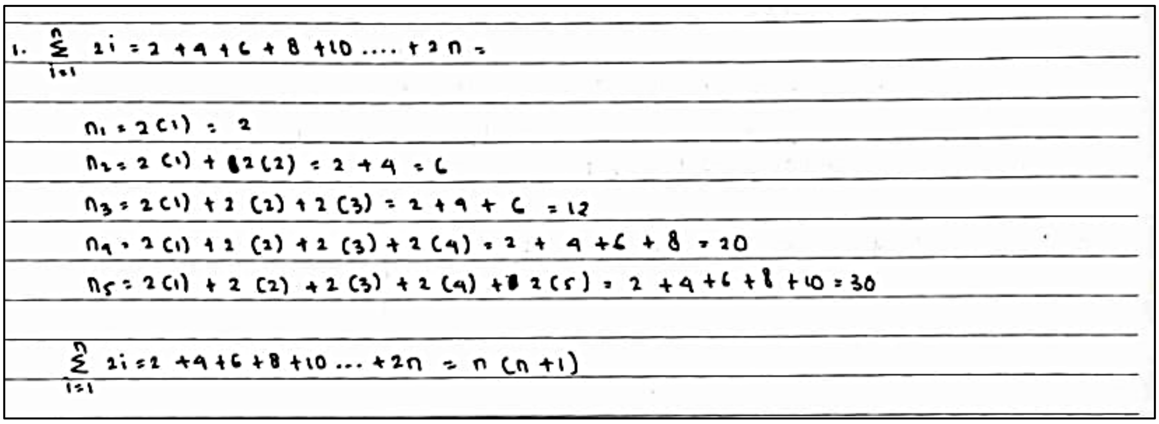
Pendugaan adalah aktivitas membuat dugaan/perkiraan/pola/konjektur yang akan digunakan untuk penyelidikan. Dalam aktivitas ini siswa dapat mengajukan dugaan yang bisa disertai dengan sistem pengodeannya, kemudian merumuskan hipotesis, dan menguji hipotesis dengan masalah yang terkait, terutama didahulukan pada satu aspek masalah yang menjadi fokus utama dalam penyelidikan. Dalam membuat dugaan, siswa dapat menggunakan daftar sistematis untuk memeriksa kasus-kasus tertentu dan atau penalaran induktif (Bastow et al., 1984; Ernest, 1998; Stacey & Turner, 2015; Yeo & Yeap, 2009). Berdasarkan hasil analisis data tes berupa soal investigasi matematik sebanyak 23 mahasiswa mampu melakukan tahapan pendugaan dengan benar dan 1 orang mahasiswa belum mampu melakukan tahap pendugaan dengan benar. Terdapat 4 macam jawaban berbeda pada tahapan pendugaan ini dengan 3 jawaban benar dan 1 jawaban belum benar. Gambar 4.4 berikut adalah contoh jawaban 1 untuk tahapan pendugaan yang benar.



Gambar 4.4 Tahapan Pendugaan 1 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.4, mahasiswa mencari masing-masing jumlah 1 bilangan genap pertama sampai dengan jumlah 5 bilangan genap pertama, yaitu ketika $n = 1$ ditemukan hasilnya 2, ketika $n = 2$ ditemukan hasilnya 6, ketika $n = 3$ ditemukan hasilnya 12, ketika $n = 4$ ditemukan hasilnya 20, dan ketika $n = 5$ ditemukan hasilnya 30. Dari hasil tersebut mahasiswa menemukan pola yaitu $2 = 1^2 + 1$, $6 = 2^2 + 2$, $12 = 3^2 + 3$, $20 = 4^2 + 4$, dan $30 = 5^2 + 5$.

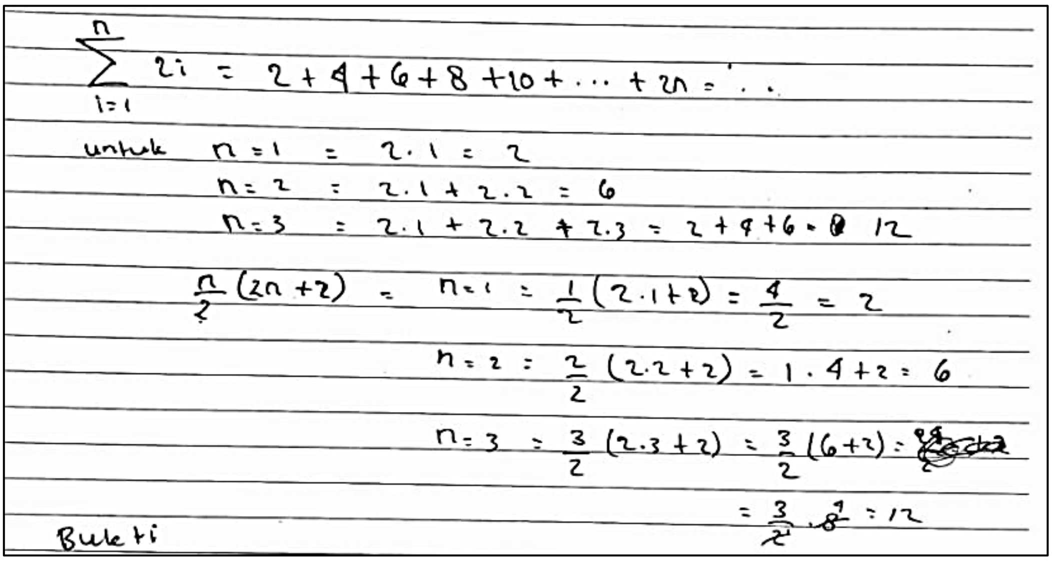
Berikutnya, pada contoh jawaban 2 untuk tahapan pendugaan yang benar, mahasiswa mencari masing-masing jumlah 1 bilangan genap pertama sampai dengan jumlah 5 bilangan genap pertama, yaitu ketika $n = 1$ ditemukan hasilnya 2, ketika $n = 2$ ditemukan hasilnya 6, ketika $n = 3$ ditemukan hasilnya 12, ketika $n = 4$ ditemukan hasilnya 20, dan ketika $n = 5$ ditemukan hasilnya 30. Dari hasil tersebut mahasiswa menemukan pola yaitu $2 = 1(1 + 1)$, $6 = 2(2 + 1)$, $12 = 3(3 + 1)$, $20 = 4(4 + 1)$, dan $30 = 5(5 + 1)$. Gambar 4.5 berikut adalah contoh jawaban 2 untuk tahapan pendugaan yang benar.



Gambar 4.5 Tahapan Pendugaan 2 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

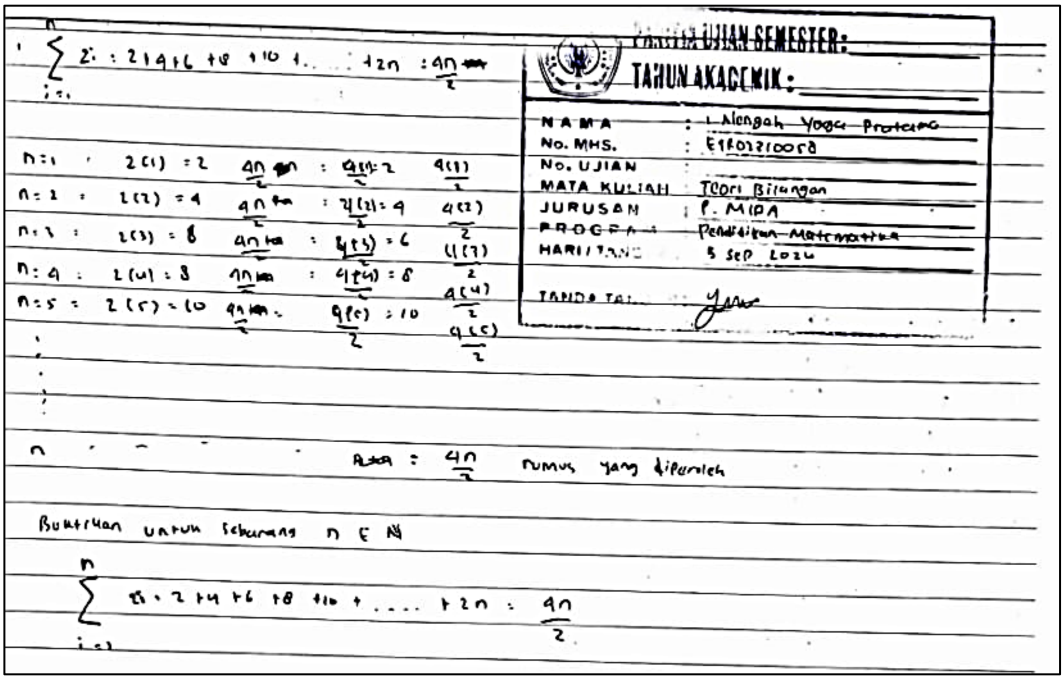
Berikutnya, pada contoh jawaban 3 untuk tahapan pendugaan yang benar, mahasiswa mencari masing-masing jumlah 1 bilangan genap pertama sampai dengan jumlah 3 bilangan genap pertama, yaitu ketika $n = 1$ ditemukan hasilnya 2, ketika $n = 2$

ditemukan hasilnya 6, dan ketika $n = 3$ ditemukan hasilnya 12. Dari hasil tersebut mahasiswa menemukan pola yaitu $2 = \frac{1}{2}(2.1 + 2)$, $6 = \frac{2}{2}(2.2 + 2)$, dan $12 = \frac{3}{2}(2.3 + 2)$. Gambar 4.6 berikut adalah contoh jawaban 3 untuk tahapan pendugaan yang benar.



Gambar 4.6 Tahapan Pendugaan 3 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada tipe jawaban yang ke-4, pada contoh jawaban 4 untuk tahapan pendugaan yang kurang tepat, saat $n = 1$ mahasiswa mendapatkan menemukan jawaban $2(1) = 2$, saat $n = 2$ mahasiswa menemukan jawaban $2(2) = 4$, saat $n = 3$ mahasiswa menemukan jawaban $2(3) = 6$, saat $n = 4$ mahasiswa menemukan jawaban $2(4) = 8$, dan saat $n = 5$ mahasiswa menemukan jawaban $2(5) = 10$. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa mahasiswa belum memahami maksud dari soal. Pada soal mahasiswa diminta untuk mencari jumlah n suku pertama dari bilangan bulat, tetapi mahasiswa hanya mendaftar bilangan bulat pertama sampai kelima. Dari hasil wawancara diketahui bahwa mahasiswa belum begitu memahami konsep dari notasi penjumlahan. Hasil ini sejalan dengan penelitian As'ari et al dan Basri et al (As'ari et al., 2017; Basri et al., 2019) yang menemukan bahwa siswa gagal dalam menginterpretasi soal dikarenakan mereka tidak memahami konsep matematika dengan baik dan tidak memahami informasi-informasi yang tersedia di soal. Selajutnya, berdasarkan jawaban yang telah ditemukan sebelumnya mahasiswa menemukan pola $2 = \frac{4(1)}{2}$, $4 = \frac{4(2)}{2}$, $6 = \frac{4(3)}{2}$, $8 = \frac{4(4)}{2}$, dan $10 = \frac{4(5)}{2}$. Pola yang ditemukan adalah pola untuk suku ke-n barisan bilangan genap bukan jumlah n suku pertama dari bilangan genap. Gambar 4.7 berikut ini adalah contoh jawaban 3 untuk tahapan pendugaan yang kurang tepat.



UJIAN SEMESTER:
TAHUN AKADEMIK:
NAMA : I Nengah Yoga Pratama
NO. MHS. :
NO. UJIAN :
MATA KULIAH : Teori Bilangan
JURUSAN : P. MIPA
PROGRAM : Pendidikan Matematika
HARI/TANGGAL : 5 Sep 2024
TANDA TANGAN :

$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2+4+6+8+10+\dots+2n = \frac{4n}{2}$

$n=1: 2(1)=2 \quad \frac{4n}{2}: \frac{4(1)}{2}=2 \quad \frac{4(1)}{2}$

$n=2: 2(2)=4 \quad \frac{4n}{2}: \frac{4(2)}{2}=4 \quad \frac{4(2)}{2}$

$n=3: 2(3)=6 \quad \frac{4n}{2}: \frac{4(3)}{2}=6 \quad \frac{4(3)}{2}$

$n=4: 2(4)=8 \quad \frac{4n}{2}: \frac{4(4)}{2}=8 \quad \frac{4(4)}{2}$

$n=5: 2(5)=10 \quad \frac{4n}{2}: \frac{4(5)}{2}=10 \quad \frac{4(5)}{2}$

$n \quad \frac{4n}{2}$ rumus yang diperoleh

Buktikan untuk sebarang $n \in \mathbb{N}$

$\sum_{i=1}^{n} 2i = 2+4+6+8+10+\dots+2n = \frac{4n}{2}$

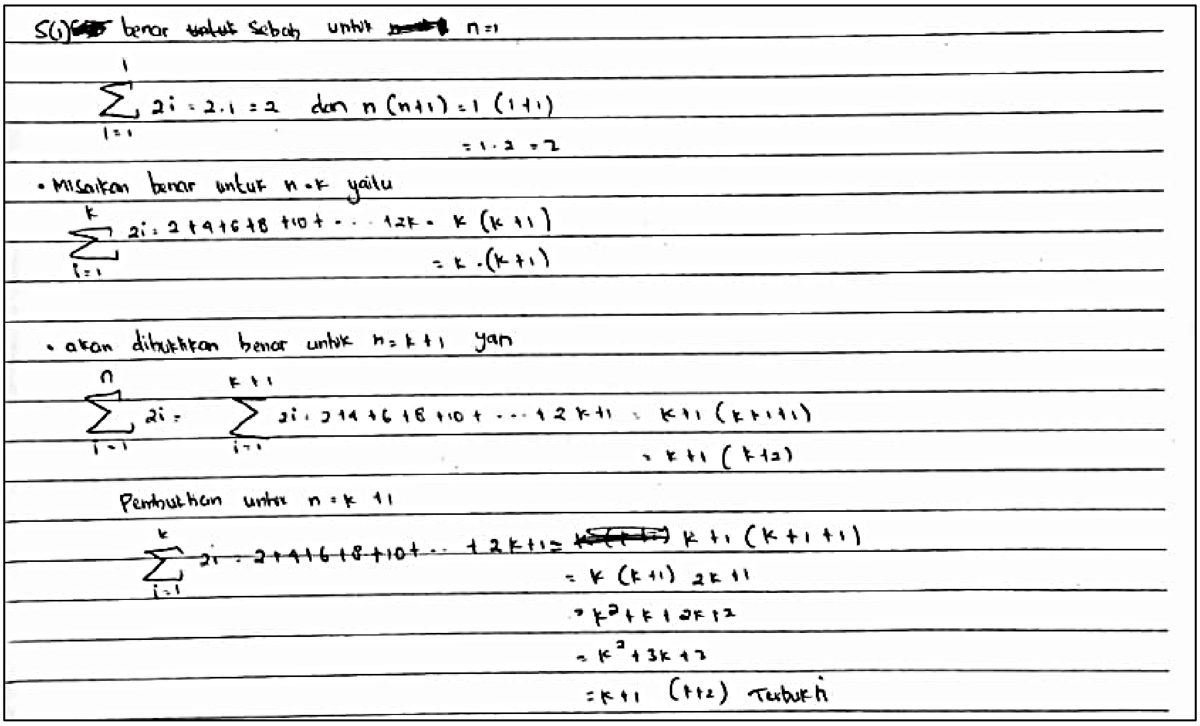
Gambar 4.7 Tahapan Pendugaan 4 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

c. Generalisasi (*Generalising*)

Generalisasi adalah aktivitas membuat kesimpulan dari pola atau keteraturan yang ditemukan dan telah diuji kebenarannya. Dalam aktivitas ini, siswa dapat membuat formulasi atau rumus umum, mengubah representasi jika diperlukan, dan menguji rumus umum yang dibuatnya dengan beberapa kasus khusus yang telah dikerjakannya (Bastow et al., 1984; Ernest, 1998; Stacey & Turner, 2015; Yeo & Yeap, 2009). Pada tahap generalisasi, terdapat 4 macam jawaban yang ditemukan oleh mahasiswa ketika menyelesaikan soal nomor 1, 3 jawaban benar dan 1 jawaban kurang tepat. Jawaban pada Gambar 4.4, dari pendugaan pola yang ditemukan, mahasiswa menyimpulkan bahwa untuk menemukan rumus jumlah n suku pertama bilangan genap maka rumus yang dapat digunakan adalah $n^2 + n$. Jawaban pada Gambar 4.5, dari pendugaan pola yang ditemukan, mahasiswa menyimpulkan bahwa untuk menemukan rumus jumlah n suku pertama bilangan genap maka rumus yang dapat digunakan adalah $n(n + 1)$. Jawaban pada Gambar 4.6, dari pendugaan pola yang ditemukan, mahasiswa menyimpulkan bahwa untuk menemukan rumus jumlah n suku pertama bilangan genap maka rumus yang dapat digunakan adalah $\frac{n}{2}(2n + 2)$. Jawabn yang terakhir, yaitu pada Gambar 4.7, mahasiswa tidak memahami konsep dari notasi sigma, sehingga pola umum yang dihasilkan kurang tepat, yaitu $\frac{4n}{2}$.

d. Justifikasi (*Justifying*)

Justifikasi adalah aktivitas untuk membuktikan kebenaran dugaan/perkiraan/pola/konjektur yang telah diajukan. Dalam aktivitas ini siswa dapat menggunakan salah satu bagian penyelesaian untuk menyelesaikan masalah yang lain yang saling terkait dan mengeliminasi jalur-jalur penyelesaian yang tidak relevan. Dalan melakukan aktivitas ini siswa dapat menggunakan representasi (Bastow et al., 1984; Ernest, 1998; Stacey & Turner, 2015; Yeo & Yeap, 2009). Pada tahap justifikasi, mahasiswa membuktikan kebenaran dari rumus yang telah mereka konjektur pada langkah sebelumnya dengan menggunakan induksi matematika. Mereka membuktikan apakah rumus tersebut berlaku untuk setiap n bilangan asli atau tidak. Gambar 4.8 berikut ini adalah salah contoh pertama pembuktian induksi matematika untuk rumus $n(n+1)$.



Gambar 4.8 Tahapan Justifikasi 1a Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.8, mahasiswa melakukan kesalahan ketika akan membuktikan benar untuk $n = k + 1$. Mahasiswa menuliskan:

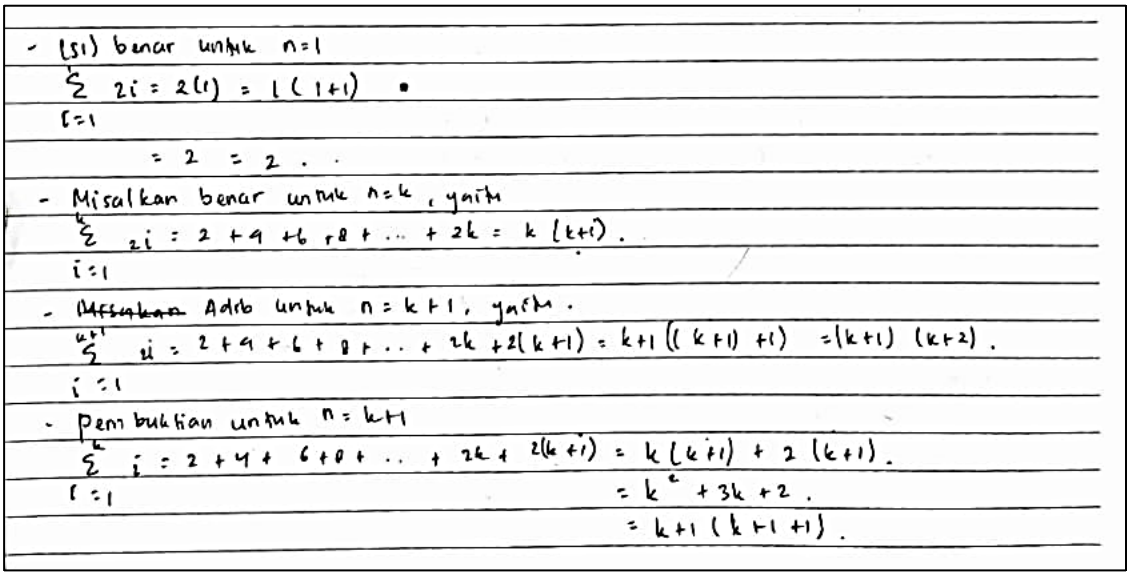
$$\sum_{i=1}^{k} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 1 = k + 1(k + 1 + 1)$$

Seharusnya yang benar adalah:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k + 1) = k(k + 1) + 2(k + 1)$$

Pada kesalahan pertama yaitu k yang seharusnya $k + 1$ dan kesalahan kedua yaitu $2k + 1$ yang seharusnya $2k + 2(k + 1)$, dapat terlihat bahwa mahasiswa masih belum sepenuhnya memahami konsep dari notasi sigma. Sedangkan untuk kesalahan ketiga, yaitu $k + 1(k + 1 + 1)$ yang seharusnya $k(k + 1) + 2(k + 1)$ dikarenakan mahasiswa belum memahami proses pembuktian dengan menggunakan induksi matematika secara khusus dan proses pembuktian secara umum. Karena dalam proses pembuktian, hal yang akan dibuktikan tidak boleh digunakan dalam proses pembuktian itu sendiri. Kesalahan pada langkah pembuktian untuk $n = k + 1$ seringkali dilakukan oleh mahasiswa karena kurangnya pemahaman konsep tentang pembuktian induksi matematika, kurangnya pemahaman konsep aljabar yang dimiliki mahasiswa, dan kesalahan dalam proses aljabar (Arifin et al., 2024; Hidayah et al., 2022).

Selain jawaban pada Gambar 4.8, terdapat pula mahasiswa yang mampu membuktikan rumus $n(n + 1)$ dengan benar menggunakan induksi matematika. Jawaban tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.9 berikut ini.


- (S1) benar untuk n=1
$\sum_{i=1} 2i = 2(1) = 1(1+1)$.
$= 2 = 2$ . .
- Misalkan benar untuk n=k, yaitu
$\sum_{i=1}^{k} 2i = 2+4+6+8+\dots+2k = k(k+1)$.
- ~~Misalkan~~ Adib untuk n=k+1, yaitu.
$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2+4+6+8+\dots+2k+2(k+1) = k+1((k+1)+1) = (k+1)(k+2)$.
- Pembuktian untuk n=k+1
$\sum_{i=1}^{k} i = 2+4+6+8+\dots+2k+2(k+1) = k(k+1)+2(k+1)$.
$= k^2+3k+2$.
$= k+1(k+1+1)$.

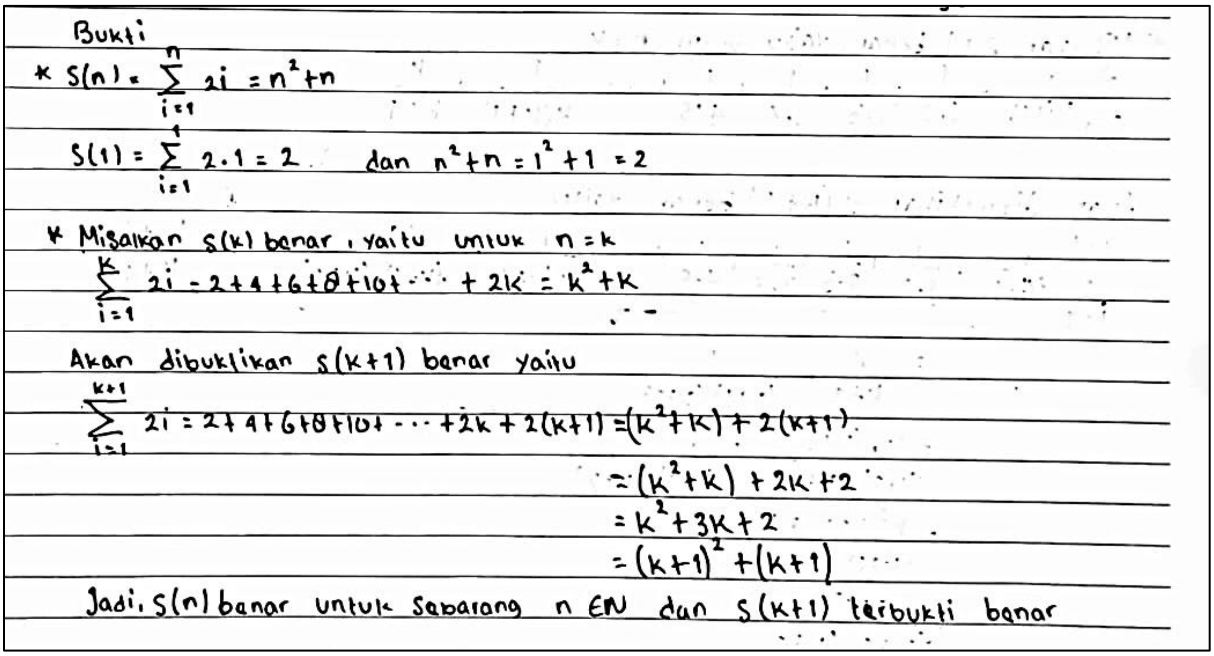
Gambar 4.9 Tahapan Justifikasi 1b Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.9, mahasiswa membuktikan untuk $n = k + 1$ sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k + 1) = k(k + 1) + 2(k + 1)$$
$$= k^2 + 3k + 2$$
$$= (k + 1)(k + 1 + 1)$$

Mahasiswa menjelaskan bahwa dia menggunakan pemfaktoran pada langkah $k^2 + 3k + 2 = (k + 1)(k + 1 + 1)$. Meskipun langkah pembuktian sudah benar, namun mahasiswa lupa untuk memberikan kesimpulan akhir dari apa yang ingin dibuktikan, sehingga prosedur pembuktian induksi matematika yang dilakukan belum lengkap. Kesalahan prosedural merupakan salah satu kesalahan yang sering dilakukan mahasiswa dalam proses pembuktian (Arifin et al., 2024; Hidayah et al., 2022; Lubis et al., 2024; Nursupiamin & Wicaksono, 2021).

Berikutnya, Gambar 4.10 berikut ini adalah contoh pembuktian induksi matematika untuk rumus $n^2 + n$.



Bukti

* $S(n) = \sum_{i=1}^{n} 2i = n^2+n$

$S(1) = \sum_{i=1}^{1} 2.1 = 2$ dan $n^2+n = 1^2+1 = 2$

* Misalkan $S(k)$ benar, yaitu untuk $n = k$

$\sum_{i=1}^{k} 2i = 2+4+6+8+10+\cdots+2k = k^2+k$

Akan dibuktikan $S(k+1)$ benar yaitu

$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2+4+6+8+10+\cdots+2k+2(k+1) = (k^2+k)+2(k+1)$

$= (k^2+k)+2k+2$

$= k^2+3k+2$

$= (k+1)^2+(k+1)$

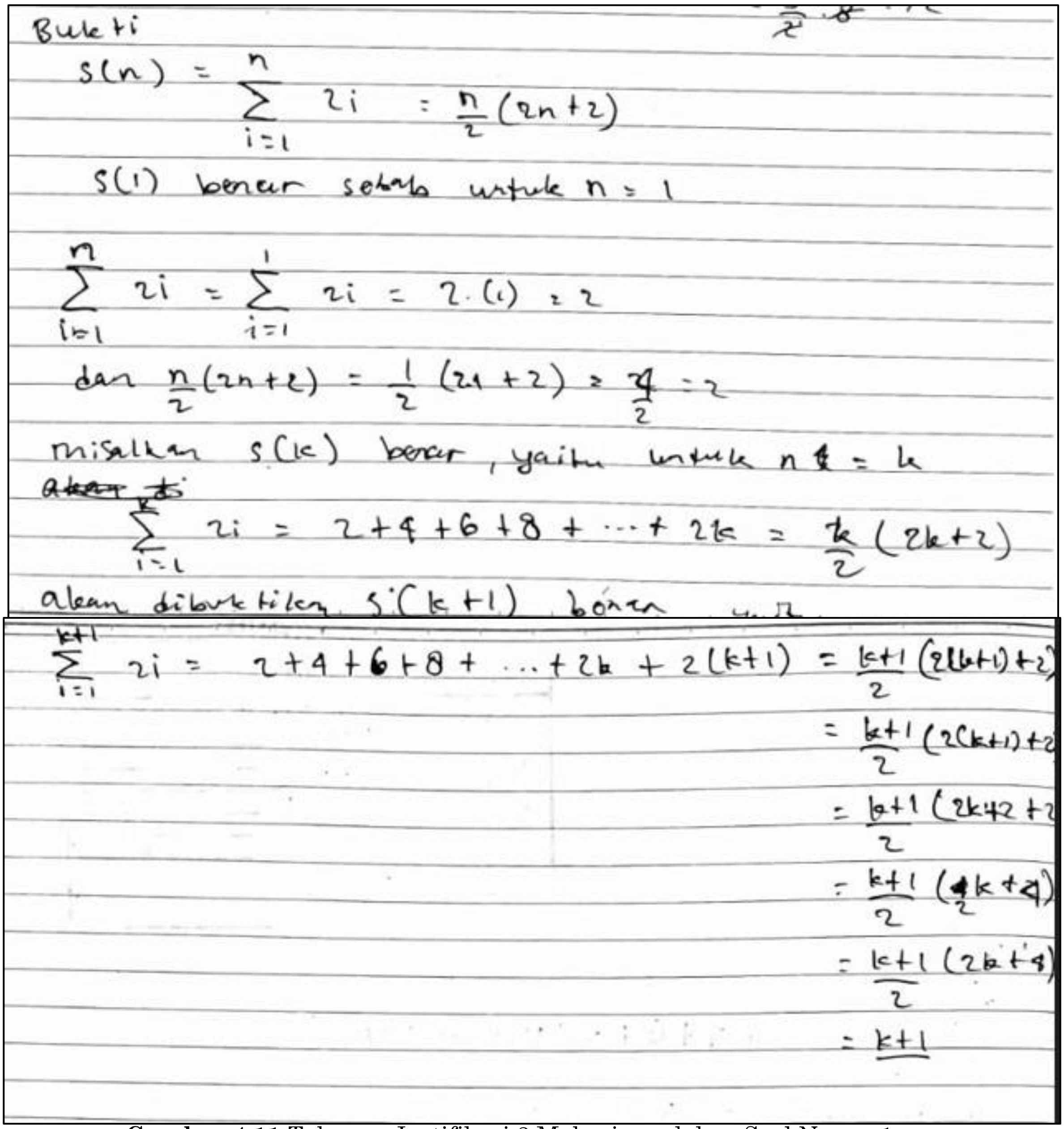
Jadi, $S(n)$ benar untuk sabarang $n \in N$ dan $S(k+1)$ terbukti benar

Gambar 4.10 Tahapan Justifikasi 2 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.10, mahasiswa membuktikan untuk $n = k + 1$ sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k+1) = (k^2 + k) + 2(k+1)$$
$$= (k^2 + k) + 2k + 2$$
$$= k^2 + 3k + 2$$
$$= (k+1)^2(k+1)$$

Mahasiswa menjelaskan bahwa dia menggunakan pemfaktoran pada langkah $k^2 + 3k + 2 = (k+1)(k+1+1)$. Proses pembuktian yang dilakukan pada Gambar 4.10 sudah tepat dan mahasiswa juga telah memberikan kesimpulan di akhir pembuktian. Selanjutnya, Gambar 4.11 berikut ini adalah contoh pembuktian induksi matematika untuk rumus $\frac{n}{2}(2n + 2)$.



Bukti

$s(n) = \sum_{i=1}^{n} 2i = \frac{n}{2}(2n+2)$

$s(1)$ benar sebab untuk $n = 1$

$\sum_{i=1}^{n} 2i = \sum_{i=1}^{1} 2i = 2\cdot(1) = 2$

dan $\frac{n}{2}(2n+2) = \frac{1}{2}(2\cdot 1+2) = \frac{4}{2} = 2$

misalkan $s(k)$ benar, yaitu untuk $n = k$

$\sum_{i=1}^{k} 2i = 2+4+6+8+\cdots+2k = \frac{k}{2}(2k+2)$

akan dibuktikan $s(k+1)$ benar

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2+4+6+8+\cdots+2k+2(k+1) &= \frac{k+1}{2}(2(k+1)+2)\\ &= \frac{k+1}{2}(2(k+1)+2)\\ &= \frac{k+1}{2}(2k+2+2)\\ &= \frac{k+1}{2}(4k+4)\\ &= \frac{k+1}{2}(2k+4)\\ &= k+1\end{aligned}$$

Gambar 4.11 Tahapan Justifikasi 3 Mahasiswa dalam Soal Nomor 1

Pada Gambar 4.11, mahasiswa melakukan kesalahan ketika akan membuktikan benar untuk $n = k + 1$. Mahasiswa menuliskan:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k+1) = \frac{k+1}{2}(2(k+1)+2)$$

Seharusnya yang benar adalah:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k+1) = \frac{k}{2}(2k+2) + 2(k+1)$$

Kesalahan tersebut dikarenakan mahasiswa belum memahami proses pembuktian dengan menggunakan induksi matematika secara khusus dan proses pembuktian secara umum. Karena dalam proses pembuktian, hal yang akan dibuktikan tidak boleh digunakan dalam proses pembuktian itu sendiri (dalam hal ini jawaban mahasiswa yaitu:

$$\sum_{i=1}^{k+1} 2i = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 2k + 2(k+1) = \frac{k+1}{2}(2(k+1)+2)$$

Kesalahan pada langkah pembuktian untuk $n = k + 1$ seringkali dilakukan oleh mahasiswa karena kurangnya pemahaman konsep tentang pembuktian induksi matematika, kurangnya pemahaman konsep aljabar yang dimiliki mahasiswa, dan kesalahan dalam proses aljabar (Arifin et al., 2024; Hidayah et al., 2022).

4. SIMPULAN

Terdapat 4 tahapan proses kognitif yang dilakukan mahasiswa ketika memecahkan soal investigasi matematik pada materi induksi matematika, yaitu spesialisasi, pendugaan, generalisasi, dan justifikasi. Pada tahap spesialisasi, mahasiswa cenderung mencoba beberapa kasus khusus untuk dapat menemukan pola secara umum. Pada tahap pendugaan, mahasiswa cenderung mencari pola dari beberapa kasus khusus yang ada untuk kemudian dirumuskan secara umum. Pada tahap generalisasi, mahasiswa merumuskan pola yang didapat secara umum. Terakhir, pada tahap justifikasi, mahasiswa membuktikan kebenaran rumus yang didapatkan dengan menggunakan induksi matematika. Beberapa kesalahan ditemukan dalam tahapan proses kognitif tersebut, antara lain kesalahan konseptual dan kesalahan procedural. Kesalahan konseptual terjadi dikarenakan mahasiswa kurang memahami konsep pembuktian dengan induksi matematika, notasi sigma, dan aljabar. Kesalahan procedural yang muncul adalah tidak menyimpulkan pembuktian dan kesalahan dalam penghitungan..

5. UCAPAN TERIMA KASIH

Artikel ini merupakan bagian dari proyek penelitian yang didanai oleh DIPA BLU skema penelitian dosen pemula Universitas Mataram dengan nomor kontrak penelitian Nomor: 2075/UN18.L1/PP/2024.

6. REKOMENDASI

Berdasarkan temuan, pembahasan, dan simpulan yang telah dijabarkan, maka penelitian lebih lanjut perlu dilakukan untuk mengembangkan bahan ajar yang sesuai dengan tahapan proses kognitif investigasi matematik, agar kesalahan-kesalahan yang ditemukan dalam penelitian tersebut dapat diatasi.

7. REFERENSI

Arifin, C. S., Aqfi, F., & Hasanah, R. U. (2024). Jenis Kesalahan Pada Pembuktian Matematis. *Bilangan : Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumian Dan Angkasa*, *2*(3), 16–25.

As'ari, A. R. (2014). Ideas For Developing Critical Thinking. *International Seminar on Addressing Higher Order Thinking: Critical Thinking Issues in Primary Education*, *March 2015*, 1–13. https://doi.org/10.13140/2.1.4534.9921

As'ari, A. R., Mahmudi, A., & Nuerlaelah, E. (2017). Our prospective mathematic teachers are not critical thinkers yet. *Journal on Mathematics Education*, *8*(2), 145–156. https://doi.org/10.22342/jme.8.2.3961.145-156

Assadi, N., & Hibi, W. (2022). The Impact of Using Real Life Situation in Solving Linear Equations by Seventh Graders. *Journal of Educational and Social Research*, *12*(1), 51–68. https://doi.org/10.36941/jesr-2022-0006

Basri, H., Purwanto, As'ari, A. R., & Sisworo. (2019). Investigating critical thinking skill of junior high school in solving mathematical problem. *International Journal of Instruction*, *12*(3), 745–758. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12345a

Bastow, B. H., Kissane, J., & Randall, R. (1984). *Another 20 mathematical investigational work*. Pert: The Mathematical Association of Western Australia.

Brookfield, S. D. (1997). Assessing Critical Thinking The Process of Critical Thinking. *New Directions for Adult and Continuing Education*, *75*, 17–30.

Bucu, A. (2022). Enhancing The Problem-Solving And Critical Thinking Skills Of Students Using The Mathematical Investigation Approach. *Studies in Technology and Education*, *1*(1), 28–36.

Burghes, D. (1984). Mathematical investigations. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, *3*(2), 47–55.

Choirudin, Ningsih, E., Anwar, M., Sari, I., & Amalia, S. (2020). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Etnomatematika Pada Situs Purbakala Pugung Raharjo. *Pi: Mathematics Education Journal*, *3*(1), 18–27. https://doi.org/https://doi.org/10.21067/pmej.v3i1.3755

Chukwuyenum, A. N. (2013). Impact of Critical thinking on Performance in Mathematics among Senior Secondary School Students in Lagos State. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, *3*(5), 18–25. www.iosrjournals.orgwww.iosrjournals.org18 |

Dasaprawira, M. N., Zulkardi, & Susanti, E. (2019). Developing Mathematics Questions of PISA Type Using Bangka Content. *JME: Journal on Mathematics Education*, *10*(2), 303–314.

Daso, P. O. (2013). Mathematics Education for Sustainable Development: Implications for Scientific and Technological Literacy. *Journal of Educational and Social Research*, *4*(5), 557. https://doi.org/10.5901/jesr.2012.v2n7p153

Diezmann, C., Watters, J., & English, L. (2021). Implementing mathematical investigations with young children. *Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated*, 170–177.

Effendi, K. N. S., Zulkardi, Putri, R. I. I., & Yaniawati, P. (2019). Developing mathematics worksheet using futsal context for school literacy movement. *Journal on Mathematics Education*, *10*(2), 203–214. https://doi.org/10.22342/jme.10.2.7307.203-214

Ennis, R. H. (1996). Critical Thinking: A Streamlined Conception. *The Palgrave Handbook of Critical Thinking in Higher Education*, 31–47. https://doi.org/10.1057/9781137378057_2

Ernest, P. (1998). Recent developments in mathematical thinking. *Thinking through the Curriculum*, 113–134.

Ernest, P. (2002). Recent developments in mathematical thinking. *Thinking through the Curriculum*, 113–134.

Facione, P. A. (1990). *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction*. California: American Philosophical Association, Newark, Del.

Feriyanto, F., & Putri, R. O. E. (2020). Developing Mathematics Module Based on Literacy and Higher Order Thinking Skills (HOTS) Questions to Train Critical Thinking Ability of High School Students in Mojokerto. *Journal of Physics: Conference Series*, *1594*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1594/1/012014

Grimison, L., & Dawe, L. (2000). *Literature Review: Report on investigational tasks in mathematics in years 9-10 for advanced and intermediate students*. New South Wales: University of New South Wales.

Halpern, D. (2003). Thought & Knowledge: An Introduction to Critical Thinking (4th edition). In *Igarss 2014* (Issue 1). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Hasan, B. (2019). The exploration of higher order thinking skills: Students' difficulties and scaffolding in solving mathematical problems based on PISA. *Journal of Physics: Conference Series*, *1200*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1200/1/012010

Hidayah, S., Laeli, S. N., & Hidayati, N. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika. *Jurnal ReviewPendidikan Dan Pengajaran (JRPP)*, *5*(1), 37–41.

Hobri, Murtikusuma, R. P., Fatahillah, A., Susanto, & Rini, S. M. (2018). The Analysis on Critical Thinking Ability in Solving PISA Question, and Its Scaffolding. *Advanced Science Letters*, *24*(11), 8215-8218(4). https://doi.org/https://doi.org/10.1166/asl.2018.12526

Islam, M. T., & Mariana, N. (2021). Konsep Geometri Dalam Motif Batik Mojokerto Sebagai Peninggalan Kerajaan Majapahit. *Jurnal Penelitian Pendidikan Guru Sekolah Dasar*, *9*(7), 2788–2801.

Jacob, S. M. (2012). Mathematical achievement and critical thinking skills in asynchronous discussion forums. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *31*, 800–804. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.144

Johnson, B., & Christensen, L. (2004). *Educational Research*. United States : Library of Congress Cataloging-in-Publicatiom Data.

Kohar, A. W., Wardani, A. K., & Fachrudin, A. D. (2019). Profiling context-based mathematics tasks developed by novice PISA-like task designers. *Journal of Physics: Conference Series*, *1200*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1200/1/012014

Lestari, N., & Putri, R. I. I. (2020). Using the Palembang's local context in PISA-like mathematics problem for analyze mathematics literacy ability of students. *Jurnal Pendidikan Matematika*, *14*(2), 169–182. https://doi.org/10.22342/jpm.14.2.6708.169-182

Lubis, I. A. H., Hasanah, R. U., Tanjung, K., & Mahfirah, L. (2024). Jenis Kesalahan Pada Pembuktian Matematis : Systematic Literature Review. *Bilangan : Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumian Dan Angkasa*, *2*(3), 93–99.

Manurung, A. S., Fahrurrozi, Utomo, E., & Gumelar, G. (2023). Implementasi Berpikir Kritis dalam Upaya Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kreatif Mahasiswa. *Jurnal Papeda*, *5*(2), 120–132.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics. The National Council of Teachers of Mathematics, In*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Norris, S. P., & Ennis, R. H. (1989). *Evaluating critical thinking*. Pacific Grove, CA: Critical Thinking Press & Software.

Nursupiamin, & Wicaksono, A. (2021). Representasi Kesalahan Komunikasi Tulis dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika. *Aksioma*, *10*(2), 12–17.

Nusantara, D. S., Zulkardi, & Putri, R. I. I. (2021). Designing pisa-like mathematics task using a COVID-19 context (Pisacomat). *Journal on Mathematics Education*, *12*(2), 349–364. https://doi.org/10.22342/JME.12.2.13181.349-364

Ponte, J. P. D., Segurado, M., & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations? *Collaboration in Teacher Education: Examples from the Context of Mathematics Education*, 85–97.

Ponte, J. P., & Matos, J. F. (1992). Cognitive Processes and Social Interactions in Mathematical Investigations. In *Mathematical problem solving and new information technologies: Research in contexts of practice* (pp. 239–254). Berlin: Springer Heidelber.

Rahmawati, L., Juandi, D., & Nurlaelah, E. (2022). IMPLEmentasi Stem dalam Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematis. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *11*(3), 2002. https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i3.5490

Rohmaini, L., Nendra, F., & Qiftiyah, M. (2020). Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis Etnomatematika Berbantuan Wingeom Berdasarkan Langkah Borg dan Gall. *Teorema: Teori Dan Riset Matematika*, *5*(2), 176–186. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.25157/teorema.v5i2.3649

Rudd, R. D., Baker, M. T., Hoover, T. S., & Gregg, A. (1999). Learning styles and critical thinking abilities of College of Agriculture students at the University of Florida. *Proceedings of the 49th Annual Southern Region Agricultural Education Research Meeting*, 123–134.

Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, *71*(2), 123–143. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9167-8

Samura, A. O. (2019). Kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis melalui pembelajaran berbasis masalah. *MES: Journal of Mathematics Education and Science*, *5*(1), 2528–4363.

Simon, H. A., & Kaplan, C. A. (1993). *Foundations of Cognitive Science*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Stacey, K. (2011). The PISA view of mathematical literacy in Indonesia. *Journal on Mathematics Education*, *2*(2), 95–126. https://doi.org/10.22342/jme.2.2.746.95-126

Stacey, K., & Turner, R. (2015). Assessing mathematical literacy: The PISA experience. *Assessing Mathematical Literacy: The PISA Experience*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7

Stahl, N. N., & Stahl, R. J. (1991). We can agree after all! achieving consensus for a critical thinking component of a gifted program using the delphi technique. *Roeper Review*, *14*(2), 79–88. https://doi.org/10.1080/02783199109553392

Subarinah, S. (2021a). *Pemecahan masalah dan investigasi matematik*. Mataram: Duta Pustaka Ilmu.

Subarinah, S. (2021b). *Pemecahan masalah dan investigasi matematik*. Mataram: Duta Pustaka Ilmu.

Subarinah, S., Junaidi, Triutami, T. W., Wulandari, N. P., & Salsabila, N. H. (2021). *Logika dan Himpunan*. Mataram: CV Pustaka Bangsa.

Subarinah, S., Junaidi, Triutami, T. W., Wulandari, N. P., & Salsabila, N. H. (2022). Logic and Sets Textbook Containing Ethnomathematics of Sasak Culture: Validation and Design. *AlphaMath: Journal of Mathematics Education*, *8*(2), 164–174. https://doi.org/10.30595/alphamath.v8i2.13438

Sumarna, N., Wahyudin, & Herman, T. (2017). The Increase of Critical Thinking Skills through Mathematical Investigation Approach. *Journal of Physics: Conference Series*, *812*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/812/1/012067

Widana, I. W., Parwata, I. M. Y., Parmithi, N. N., Jayantika, I. G. A. T., Sukendra, K., & Sumandya, I. W. (2018). Higher Order Thinking Skills Assessment towards Critical Thinking on Mathematics Lesson. *International Journal of Social Sciences and Humanities (IJSSH)*, *2*(1), 24–32. https://doi.org/10.29332/ijssh.v2n1.74

Yeo, J. B. W., Har, B., & Source, Y. (2009). Mathematical investigation: Task, process and activity. *Technical Report ME2009-01, January 2009, Mathematics and Mathematics Education, National Institute of Education, Singapore*. http://math.nie.edu.sg/research/Maths2009/JBWYTechnicalReport%20ME200901.pdf

Yeo, J. B. W., & Yeap, B. H. (2009). Mathematical investigation: Task, process and activity. *Technical Report ME 2009-01 January 2009 Mathematics and Mathematics Education National Institute of Education Singapore*.

Zoller, U. (1997). Teaching tomorrow's college science courses – are we getting it right? *Journal of College Science Teaching*, *29*(6), 409–414.

Zulkardi, Meryansumayeka, Putri, R. I. I., Alwi, Z., Nusantara, D. S., Ambarita, S. M., Maharani, Y., & Puspitasari, L. (2020). How students work with pisa-like mathematical tasks using covid-19 context. *Journal on Mathematics Education*, *11*(3), 405–416. https://doi.org/10.22342/jme.11.3.12915.405-416